

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra pružnosti a pevnosti

Výpočet napjatosti bubnu pásového dopravníku  
Calculation of Stress in the Drum for Belt Conveyor

Student:

Martin Čermák

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Martin Fusek Ph.D.

Ostrava 2012

## Zadání bakalářské práce

Student: **Martin Čermák**  
Studijní program: B2341 Strojírenství  
Studijní obor: 3901R003 Aplikovaná mechanika  
Téma: Výpočet napjatosti bubnu pásového dopravníku  
Calculation of Stress in the Drum for Belt Conveyor

### Zásady pro vypracování:

1. Rozpracujte teorii potřebnou pro řešení problematiky výpočtů bubnu pásového dopravníku.
2. Sestavte potřebný soubor dat nutných pro řešení.
3. Proveďte potřebné analytické a numerické výpočty.
4. Porovnejte získané výsledky a popřípadě je ověřte s dostupnými údaji.

### Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] Lenert, J.: Pružnost a pevnost I, VŠB – Technická univerzita, Ostrava, 1996, ISBN 80-7078-392-3.
- [2] Lenert, J.: Pružnost a pevnost II, VŠB – Technická univerzita, Ostrava, 1998, ISBN 80-7078-572-1.
- [3] Němec, J., Dvořák, J., Höschl, C.: Pružnost a pevnost ve strojírenství, Technický průvodce 69, SNTL, Brno, 1989.
- [4] Bittnar, Z., Šejnoha, J.: Numerické metody mechaniky 1, Vydavatelství CVUT, Praha, 1992.
- [5] Fries, J.: Konstrukční řešení bubnů pásových dopravníků a jejich výpočet, VŠB – Technická univerzita, Ostrava, 2003, ISBN 80-248-0484-0.
- [6] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L.: The Finite Element Method (Volume 1 - 3), Butterworth-Heinemann, Oxford 2000, ISBN 0-7506-5049-4

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Martin Fusek, Ph.D.**

Datum zadání: 16.12.2011

Datum odevzdání: 21.05.2012



doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.  
vedoucí katedry



prof. Ing. Radim Farana, CSc.  
děkan fakulty

### Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě .....

20. 5. 2012

.....  


podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- беру на вѣдомі, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že bakalářská práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uloženu vedoucího diplomové bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- беру на вѣдомі, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě: 10. 5. 2012

.....  


podpis

Martin Čermák

Veselí nad Moravou, Milokošť, V dědině č. 2, 698 01

## **ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

ČERMÁK, M. *Výpočet napjatosti bubnu pásového dopravníku : bakalářská práce.* Ostrava : VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra pružnosti a pevnosti, 2012, 51 s. Vedoucí práce: Fusek, M.

Bakalářská práce se zabývá rozбором napjatosti bubnu pásového dopravníku a srovnáním použitých metod. Řešení je provedeno dvěma odlišnými způsoby. První způsob je řešení analytickou metodou. Tato starší metoda je založena na idealizaci bubnu na jednoduchou geometrii. Následně je buben řešen pomocí principu superpozice. Pro urychlení výpočtu bylo použito matematického programu Matlab. Druhý způsob je řešení numerickou metodou. Tato metoda využívá skutečné geometrie bubnu. Pro tento způsob řešení byly využity MKP programy Patran a Nastran ke zjištění výsledných napjatostí. V závěru práce jsou dosažené výsledky z obou metod porovnávány. Dále jsou také srovnány výhody a nevýhody obou použitých metod.

## **ANNOTATION OF BACHELOR THESIS**

ČERMÁK, M. *Calculation of Stress in the Drum of Belt Conveyor : Bachelor Thesis.* Ostrava : VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Mechanics of Materials, 2012, 51 p. Thesis head: Fusek, M.

This thesis deals with the stress analysis of the drum conveyor and comparison of methods used. The solution is performed in two different ways. The first way is the solution of the analytical method. This older method is based on a simple idealization of the drum geometry. Then the drum is solved using the superposition principle. To speed up calculation was utilized the mathematical program Matlab. The second way is a numerical solution method. This method uses the real geometry of the drum. For this type of solution were used FEM programs Patran and Nastran to determine the resulting stress. In conclusion, the results are compared both methods. The following are also compared the advantages and disadvantages of both methods used.

# Obsah

Seznam použitých značek a symbolů .....	8
Seznam použitých zkratk.....	10
1 Úvod do problematiky.....	11
2 Teorie řešení bubnu pásového dopravníku .....	12
2.1 Zatížení bubnu.....	13
3 Výpočet analytickou metodou .....	14
3.1 Výpočet napjatosti hřídele .....	15
3.1.1 Ohyb .....	15
3.1.2 Krut.....	17
3.1.3 Redukované napětí .....	18
3.2 Výpočet napjatosti čela.....	19
3.2.1 Ohyb .....	20
3.2.2 Krut.....	22
3.2.3 Redukované napětí .....	23
3.3 Výpočet napjatosti pláště bubnu .....	25
3.3.1 Ohyb .....	25
3.3.2 Krut.....	28
3.3.3 Redukované napětí .....	30
4 Výpočet numerickou metodou .....	31
4.1 Import a úprava geometrie .....	32
4.2 Materiálové vlastnosti.....	32
4.3 Okrajové podmínky .....	32
4.3.1 Zatížení tečným a normálovým tlakem.....	33
4.3.2 Náhrada ložisek a uchycení hřídele.....	34
4.3.3 Uchycení spojky.....	35
4.3.4 Náhrada kuželového rozpěrného kroužku Fenlock FLK – 200 .....	35
4.3.5 Zavedení spojení .....	36
4.4 Síťování jednotlivých částí sestavy.....	36
4.4.1 Spojka .....	37
4.4.2 Hřídel .....	38
4.4.3 Pomocné kroužky .....	38
4.4.4 Čela.....	39
4.4.5 Plášť.....	39
4.5 Modální analýza .....	40
4.6 Statická analýza.....	40

4.7	Výsledná napětí.....	41
4.7.1	Spojka .....	41
4.7.2	Hřídel .....	42
4.7.3	Kroužky .....	44
4.7.4	Čela .....	44
4.7.5	Plášť .....	45
5	Závěr.....	45
5.1	Srovnání metod .....	45
5.1.1	Analytický výpočet .....	45
5.1.2	Numerický výpočet.....	46
5.2	Srovnání výsledků.....	46
5.2.1	Hřídel .....	46
5.2.2	Čela .....	47
5.2.3	Plášť .....	48
5.2.4	Tabulkový přehled výsledků.....	48
5.3	Zhodnocení.....	49
6	Seznam použité literatury .....	49
7	Poděkování.....	50
8	Seznam příloh.....	51

## Seznam použitých značek a symbolů

Symbol	Vysvětlivka	Jednotka
$A_1, A_2$	Konstanty	[mm]
$B$	Šířka bubnu	[mm]
$E$	Modul pružnosti v tahu	[MPa]
$E_D$	Modul pružnosti v tahu čel	[MPa]
$E_H$	Modul pružnosti v tahu hřídele	[MPa]
$E_P$	Modul pružnosti v tahu pláště	[MPa]
$G$	Modul pružnosti ve smyku	[MPa]
$I_1, I_2, I_3$	Invarianty tenzoru napětí	[ MPa ]
$J_h$	kvadratický moment hřídele	[mm <sup>4</sup> ]
$J_P$	kvadratický moment pláště	[mm <sup>4</sup> ]
$J_{PP}$	moment průřezu v ohybu pláště	[mm <sup>4</sup> ]
$J_{PH}$	moment průřezu v ohybu hřídele	[mm <sup>4</sup> ]
$M_K$	Kroutící moment	[N·mm]
$M_{KA}$	Kroutící moment přenášen čelem blíže pohonu	[N·mm]
$M_{KB}$	Kroutící moment přenášen čelem dále od pohonu	[N·mm]
$M_o$	Ohybový moment	[N·mm]
$T_1$	Síla v horní větvi pásu	[N]
$T_2$	Síla ve vratné větvi pásu	[N]
$R_o$	Vnitřní poloměr bubnu	[mm]
$R_1$	Poloměr hřídele	[mm]
$R_2$	Vnější poloměr bubnu	[mm]
$R_S$	Střední poloměr bubnu	[mm]
$a$	Délka okrajové části bubnu	[mm]
$b$	Vzdálenost mezi čely	[mm]
$c$	Délka mezi ložiskem a čelem	[mm]
$d$	Vnější průměr bubnu	[mm]
$e$	Eulerovo číslo	[ - ]
$f_0$	Koeficient tření	[ - ]
$h$	Tloušťka čela	[mm]
$km$	Konstrukční uspořádání bubnu	[ - ]



Symbol	Vysvětlivka	Jednotka
$k_{\sigma R}$	Koeficient radiálního napětí	[ - ]
$k_{\sigma \beta}$	Koeficient obvodového napětí	[ - ]
$k_{\tau R \beta}$	Koeficient smykového napětí	[ - ]
$k_{\tau R z}$	Koeficient smykového napětí	[ - ]
$k_{\tau \beta z}$	Koeficient smykového napětí	[ - ]
$l_1$	Délka hřídele	[mm]
$m_k$	Kroutící moment na jednotku šířky bubnu	[N]
$p_n$	Normálový tlak	[MPa]
$p_t$	Tečný tlak	[MPa]
$q$	Spojité zatížení	[N]
$x_0$	Lokální souřadnice	[mm]
$x_1$	Lokální souřadnice	[mm]
$x_2$	Lokální souřadnice	[mm]
$\alpha$	Úhel opásání bubnu	[rad]
$\beta$	Polární souřadnice bubnu	[rad]
$\varepsilon$	Poměrné délkové prodloužení	[mm]
$\mu$	Poissonův koeficient	[ - ]
$\mu_D$	Poissonův koeficient čela	[ - ]
$\mu_H$	Poissonův koeficient hřídele	[ - ]
$\mu_P$	Poissonův koeficient pláště	[ - ]
$\sigma$	Normálové napětí	[MPa]
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Hlavní napětí	[MPa]
$\sigma_H$	Normálové napětí hřídele	[MPa]
$\sigma_P$	Normálové napětí pláště	[MPa]
$\sigma_R$	Radiální napětí	[MPa]
$\sigma_{red}$	Redukované napětí dle hypotézy HMH	[MPa]
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Normálová napětí v daném směru	[MPa]
$\sigma_\beta$	Obvodové napětí	[MPa]
$\tau$	Smykové napětí	[MPa]
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$	Obecná smyková napětí	[MPa]
$\tau_H$	Smykové napětí hřídele	[MPa]
$\tau_P$	Smykové napětí pláště	[MPa]
$\tau_{PK1}$	Smykové napětí pláště	[MPa]

Symbol	Vysvětlivka	Jednotka
$\tau_{kC1}$	Smykové napětí čela blíže k pohonu	[MPa]
$\tau_{kC2}$	Smykové napětí čela dále od pohonu	[MPa]
$\tau_{R\beta}$	Smykové napětí čela závislé na R a $\beta$	[MPa]
$\tau_{Rz}$	Smykové napětí čela závislé na R a h	[MPa]
$\tau_{\beta z}$	Smykové napětí čela závislé na $\beta$ a h	[MPa]

## Seznam použitých zkratk

Zkratka	Vysvětlivka
HMH	Autoři Huber, von Mises, Hencky
MKP	Metoda konečných prvků
RBE2	Absolutně tuhý prvek (Rigid Body Element)

## 1 Úvod do problematiky

Technologie přepravy materiálu je hojně využívána v mnoha odvětvích průmyslu, jako je například stavebnictví, zemědělství, v dopravě, ale nejčastěji v těžebním průmyslu. Zajišťuje přepravu sypkých hmot, popřípadě kusů materiálu. [1]

Velkou výhodou pásových dopravníků je možnost jejich nepřetržité dopravy a to i na dlouhé vzdálenosti, čehož se hojně využívá k přepravě materiálu v povrchových dolech.

Hlavní části pásového dopravníku jsou:

- Pásy – druh dopravního pásu volíme podle dopravovaného materiálu: pryžové, textilní, z PVC, drátěné, ocelové.
- Bubny – dále rozdělujeme podle použití na hnací, vratné, vodící a napínací. Pro zvýšení koeficientu tření povrchy bubnů zdrsnujeme nebo potahujeme gumou.
- Podpěrné válečky – válečky musí být důkladně vyváženy, aby nedocházelo k vibracím. Ložiska válečků musí být dokonale utěsněna.
- Pohon – slouží k přenosu výkonu hnacího stroje, obvykle je jím elektromotor, na hnací buben nebo více hnacích bubnů.
- Shrnovače – slouží k odebírání dopravovaného materiálu. Mohou být v provedení jako jednostranné nebo oboustranné.

Z předchozího výkladu můžeme vycítit, že dopravníky jsou nepostradatelnou částí způsobu dopravy. Proto je důležité znát průběhy napětí a způsoby zatížení dopravníků, abychom je byli schopni správně navrhnout, využít a zajistit bezproblémový chod.

V neposledním případě musíme znát namáhání z důvodu ekonomického. Pokud budeme znát napjatost na pásovém dopravníku, budeme schopni využít materiál pro výrobu jeho částí co nejlépe. Tím také zamezíme jak zbytečnému plýtvání materiálem, tak penězi na jeho výrobu.

Jednou z konstrukčně nejdůležitějších a nejsložitějších částí pásového dopravníku je buben. A právě výpočtem napjatosti této části dopravníku se bude práce nadále zabývat.

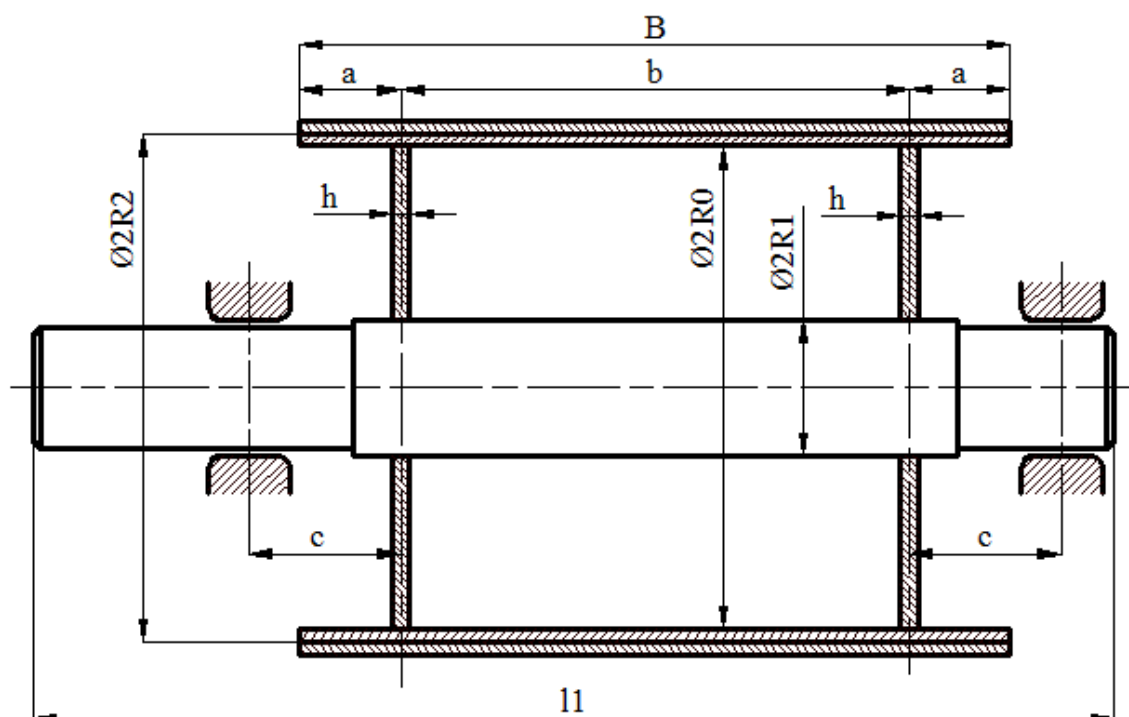
## 2 Teorie řešení bubnu pásového dopravníku

Při výpočtu předpokládáme, že se nacházíme v oblasti malých posuvů a deformací, tzn. v oblasti platnosti Hookeova zákona, kde je poměrné délkové prodloužení  $\varepsilon$  rovno poměru mechanického napětí  $\sigma$  a modulu pružnosti v tahu  $E$  (Youngův modul):

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (2.1)$$

Pro celou sestavu je uvažován homogenní izotropní materiál.

Bylo využito principu superpozice, tzn., že byl buben idealizován a samostatně řešen jako hřídel, kruhová deska a plášť. Geometrické uspořádání je vidět na obr. 1, rozměry pak v tab. 1. Dále použitý výpočet analytickou metodou zpracován dle [1], [2].



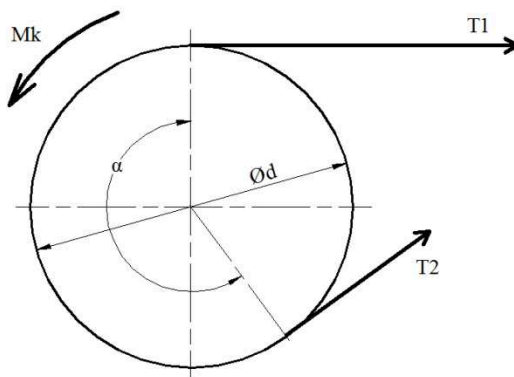
obr. 1 - schéma bubnu

rozměr	$l_1$	B	$R_2$	$R_0$	$R_1$	a	b	c	h
velikost [mm]	3123	1400	500	476	134	200	100	300	35

tab. 1 - rozměry bubnu

## 2.1 Zatížení bubnu

Buben je zatížen hmotností přepravovaného materiálu horní větve pásu, která se projeví silou  $T_1$  a silou  $T_2$ , která je vyvolána vratnou větví a způsobuje ji vypínací síla bubnu (mezi hnaným a vratným bubnem nebo také pomocí přídavného vypínacího bubnu). Zátěžné schéma můžeme vidět na obr. 2.



obr. 2 - schéma zatížení bubnu

Zatížení pláště bubnu je charakterizováno pomocí Eulerova vzorce pro smykové tření, kdy sílu  $T_1$  přichodící větve udává síla  $T_2$  vratné větve, úhel opásání  $\alpha$  a součinitel smykového tření mezi pláštěm bubnu a pásem dopravníku  $f_0$ .

$$T_1 = T_2 \cdot e^{(f_0 \cdot \alpha)} \quad (2.2)$$

Pro určení kroutícího momentu  $M_K$  soustavu uvolníme a uvedeme momenty do rovnovážného stavu:

$$M_K = (T_1 - T_2) \cdot \frac{d}{2} = T_2 \cdot \frac{d}{2} \cdot [e^{f_0 \cdot \alpha} - 1] \quad (2.3)$$

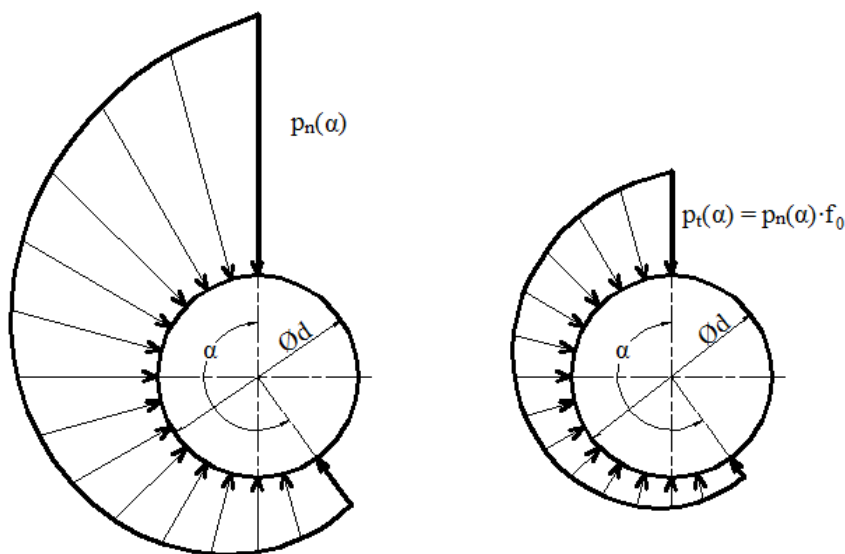
Avšak pro pevnostní výpočet bubnu pásového dopravníku, je tento popis dosti zjednodušený. Proto se dále zaměříme na popis zatížení bubnu dopravníku detailněji. Na buben působí v radiálním směru normálová síla, která vyvozuje normálový tlak  $p_n$ . Normálový tlak se exponenciálně mění v závislosti na souřadnici  $\alpha$ , která udává délku opásání bubnu a to v intervalu  $\langle 0 ; 216,3^\circ \rangle$ . Uvedený interval je však nutno přepočítat na radiány. Po šířce bubnu uvažujeme tlak konstantní a je vyjádřen pomocí následujícího vztahu:

$$p_n = \frac{2 \cdot T_2}{d \cdot B} \cdot e^{(f_0 \cdot \alpha)} \quad (2.4)$$

Na buben z důvodu tření mezi pláštěm bubnu a pásem, působí dále síla třecí. Tato síla vyvolává tlak  $p_t$ , který působí v tečném směru na plášť. Tento tlak dopočteme vynásobením normálového tlaku koeficientem tření  $f_0$ .

$$p_t = f_0 \cdot \frac{2 \cdot T_2}{d \cdot B} \cdot e^{(f_0 \cdot \alpha)} = f_0 \cdot p_n \quad (2.5)$$

Průběh zatížení normálovým tlakem  $p_n$  a tečným tlakem  $p_t$  je zobrazen na obr. 3. Ze zobrazení si také můžeme všimnout, jak se tlaky exponenciálně zmenšují směrem k vratné větvi bubnu.

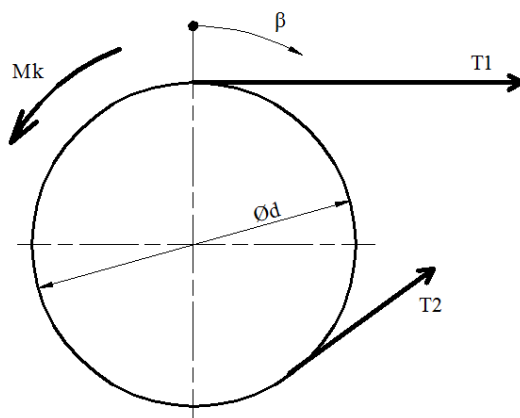


obr. 3 - průběhy tlaků

### 3 Výpočet analytickou metodou

Při rozboru napjatosti jednotlivých částí bubnu (hřídele, čel a pláště bubnu) je využito principu superpozice a to tak, že samostatně vyřešíme napět'ové stavy od ohybu a následně od krutu.

Při analytickém výpočtu napjatosti bubnu pásového dopravníku bylo použito matematického programu Matlab od firmy Mathworks. Velkou výhodou tohoto programu při výpočtu byla práce s maticemi, čímž bylo umožněno sledování dvou proměnných souřadnic současně. Jednou z nich je souřadnice  $\beta$ , která je zobrazena na obr. 4 i s jejím směrem průběhu. Tato souřadnice je použita pro všechny části bubnu a nebude již vícekrát specifikována. Všechny dále uvedené výsledky jsou uváděny v MPa a mm.



obr. 4 - zobrazení průběhu souřadnice  $\beta$

Výpočet kvadratického momentu hřídele  $J_H$ , pláště  $J_P$ , momentu průřezu v ohybu hřídele  $J_{PH}$  a momentu průřezu v ohybu pláště  $J_{PP}$  vypočteme dle následujících vztahů:

$$J_H = \frac{\pi \cdot R_1^4}{4}; \quad (3.1)$$

$$J_{PH} = 2 \cdot J_H \quad (3.2)$$

$$J_P = \frac{\pi \cdot (R_2^4 - R_0^4)}{4}; \quad (3.3)$$

$$J_{PP} = 2 \cdot J_P \quad (3.4)$$

### 3.1 Výpočet napjatosti hřídele

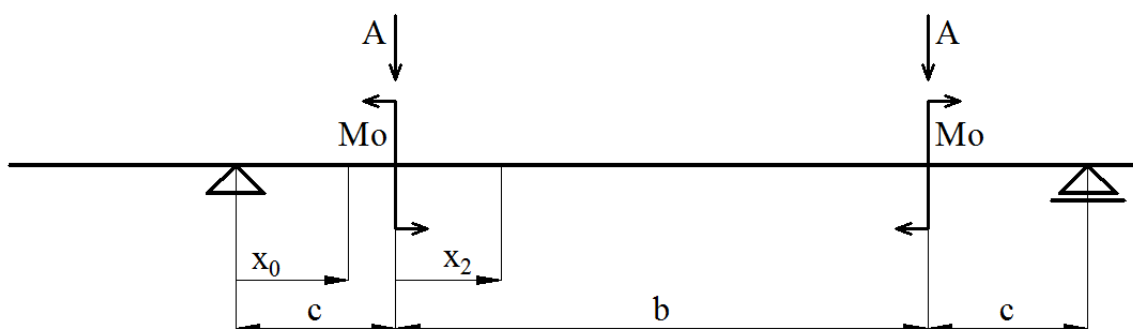
#### 3.1.1 Ohyb

Pro zatížení hřídele od ohybu využijeme výpočtové schéma dle obr. 5, na kterém je znázorněno zatížení staticky neurčitým ohybovým momentem. Ten byl vyjádřen z deformační podmínky, která je závislá na úhlech natočení pláště, čela a hřídele. Dále je zatížen axiální silou. Obě zatížení jsou na hřídel přenášena přes čela bubnu.

$$M_o = q \cdot \frac{\frac{b \cdot c \cdot \left(a + \frac{b}{2}\right)}{E_H \cdot J_H} - \frac{b}{E_P \cdot J_P} \cdot \left(\frac{b^2}{12} - \frac{a^2}{2}\right)}{\frac{b}{E_H \cdot J_H} + \frac{b}{E_P \cdot J_P} + \frac{3 \cdot (1 - \mu_D^2)}{2 \cdot \pi \cdot E_D \cdot h^3} \cdot \left(2 \cdot \ln \frac{R_0}{R_1} + \frac{3 \cdot R_1^2 - R_0^2}{R_0^2 + R_1^2} - 1\right)} \quad (3.5)$$

$$= q \cdot km$$

U této rovnice si můžeme všimnout, jak ohybový moment závisí na spojitém zatížení  $q$ , materiálu a konstrukčním uspořádání jednotlivých částí bubnu.

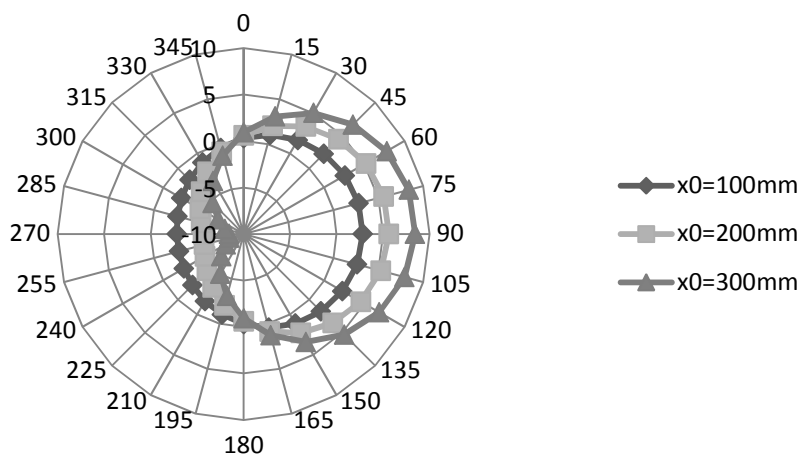


obr. 5 - výpočtové schéma ohybu

Na hřídeli jsou zavedeny dva lokální souřadné systémy a to  $x_0$ , který se nachází v intervalu  $\langle 0 ; c \rangle$  a  $x_2$ , kterému náleží interval  $\langle 0 ; b \rangle$ . Napětí je také závislé na poloměru hřídele  $R$ , pro který platí interval  $\langle 0 ; R_1 \rangle$ . Jelikož předpokládáme největší napětí na povrchu hřídele, je výpočet proveden pouze pro vzdálenost  $R_1$ . Poslední proměnnou souřadnicí je úhel  $\beta$ , který se nachází v intervalu  $\langle 0 ; 2 \cdot \pi \rangle$ . Pro interval  $x_0$  platí:

$$\sigma_H(x_0; R; \beta) = \frac{R \cdot T_2 \cdot x_0 \cdot e^{(f_0 \cdot \alpha)}}{2 \cdot J_H} \cdot x_0 \cdot [(A_2 + f_0 \cdot A_1) \cdot \sin \beta - (A_2 - f_0 \cdot A_1) \cdot \cos \beta] \quad (3.6)$$

V následujícím grafu na obr. 6 jsou uvedené výsledné napjatosti  $\sigma_H$  zobrazené v polárním souřadném systému. Hodnoty jsou uvedené pro troje hodnoty  $x_0$  a každá z nich je zkoumána po  $15^\circ$ .



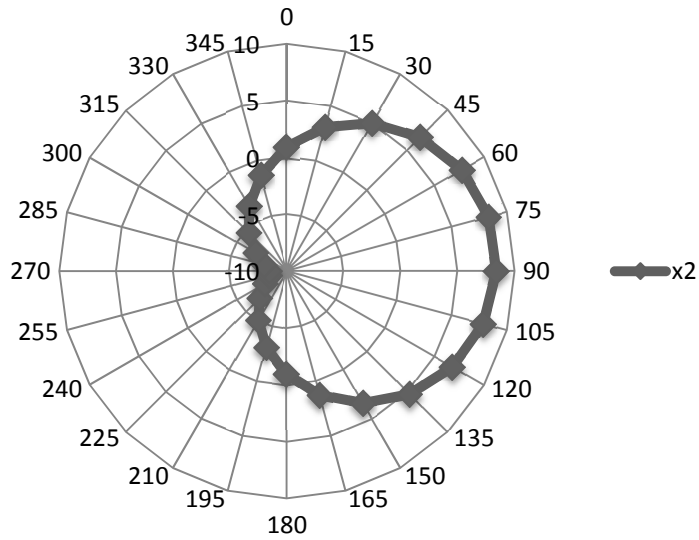
obr. 6 - napjatost způsobená ohybem [MPa]



Pro interval  $x_2$  platí:

$$\sigma_H(x_2; R; \beta) = \frac{R \cdot T_2}{B \cdot J_H} \cdot \left( \frac{B \cdot c}{2} - k_M \right) \cdot e^{(f_0 \cdot \alpha)} \cdot [(A_2 + f_0 \cdot A_1) \cdot \sin \beta - (A_2 - f_0 \cdot A_1) \cdot \cos \beta] \quad (3.7)$$

Následně jsou v grafu na obr. 7 uvedené výsledné napjatosti  $\sigma_H$ . V Grafu je zobrazena pouze jedna obecná hodnota  $x_2$  a to z toho důvodu, že ohybový moment je proměnný pouze po obvodě součásti. V závislosti na délce je napětí konstantní:



obr. 7 - napjatost způsobená ohybem [MPa]

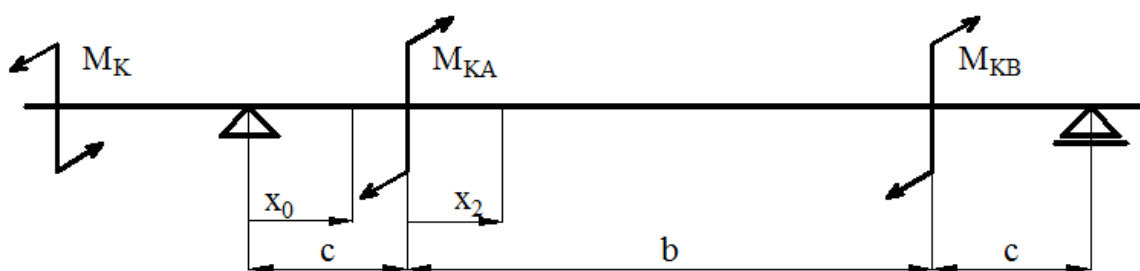
Konstanty  $A_1$  a  $A_2$  jsou závislé na součiniteli smykového tření  $f_0$  a úhlu opásání  $\alpha$ :

$$A_1 = \frac{e^{(-f_0 \cdot \alpha)} \cdot \sin \alpha - f_0 \cdot e^{(-f_0 \cdot \alpha)} \cdot \cos \alpha + f_0}{1 + f_0^2} = 0,2935 \quad (3.8)$$

$$A_2 = \frac{1 - e^{(-f_0 \cdot \alpha)} \cdot \cos \alpha - f_0 \cdot e^{(-f_0 \cdot \alpha)} \cdot \sin \alpha}{1 + f_0^2} = 1,0606 \quad (3.9)$$

### 3.1.2 Krut

Zatížení hřídele kroutícím momentem je zřejmé na obr. 8. Smyková napětí v jednotlivých úsecích jsou vyjádřena opět pomocí lokálních souřadných systémů dle následujících vztahů.



obr. 8 – výpočtové schéma kroutícího momentu

Pro interval  $x_0$  platí:

$$\tau_H(x_0) = \frac{M_K \cdot R}{J_{PH}} = 9,3 \text{ Mpa} \quad (3.10)$$

Pro interval  $x_2$  platí:

$$\tau_H(x_2) = \frac{(M_K - M_{KA}) \cdot R}{J_{PH}} = 2,3 \text{ Mpa} \quad (3.11)$$

Z vypočtených smykových napětí je zřejmé, že větší část kroutícího momentu  $M_K$  přenáší čelo blíže pohonu, kdežto čelo dále od pohonu není tolik zatíženo smykovým napětím.

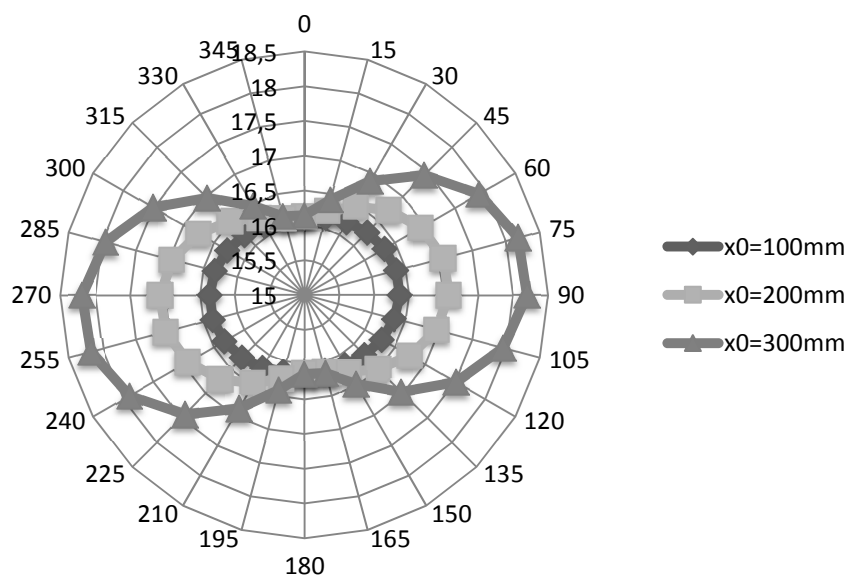
### 3.1.3 Redukované napětí

Pro výpočet obou redukovaných napětí bylo využito níže uvedených vztahů pro rovinou napjatost, odvozených podle HMM hypotézy. Velikosti hlavních napětí, které byly dosazeny do HMM hypotézy, byly určeny dle vztahů vyplívajících z geometrických závislostí v Mohrově kružnici.

$$\sigma_{red}(x_0) = \sqrt{\sigma_H(x_0; R; \beta)^2 + 3 \cdot \tau_H(x_0)^2} \quad (3.12)$$

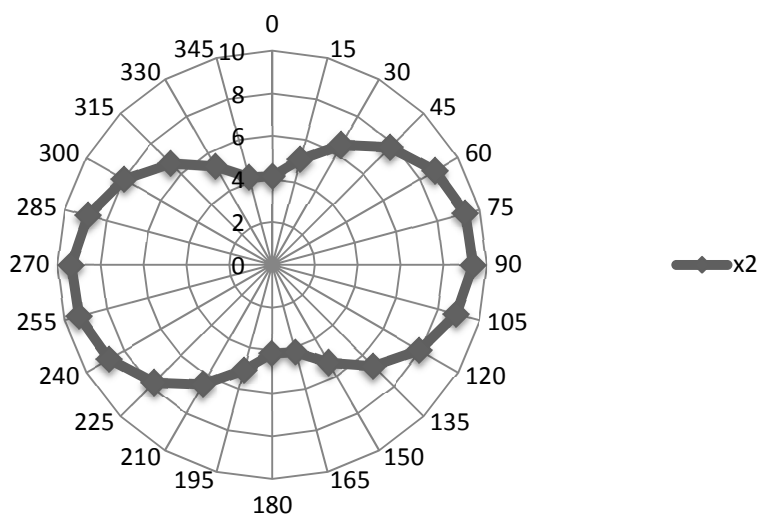
$$\sigma_{red}(x_2) = \sqrt{\sigma_H(x_2; R; \beta)^2 + 3 \cdot \tau_H(x_2)^2} \quad (3.13)$$

Výsledné redukované napětí pro interval  $x_0$  je zobrazeno na obr. 9. Můžeme z něj vyčíst místo největšího napětí, které se nachází při 90 a 270°. Redukovaná hodnota napětí v těchto místech je 18,2 MPa.



obr. 9 - redukované napětí hřídele [MPa]

A pro interval  $x_2$  je napětí zobrazeno na obr. 10. Opět z něj můžeme vyčíst místo největšího napětí, které se taktéž nachází při 90 a 270°, ale redukovaná hodnota napětí je v těchto místech 9,4 MPa.



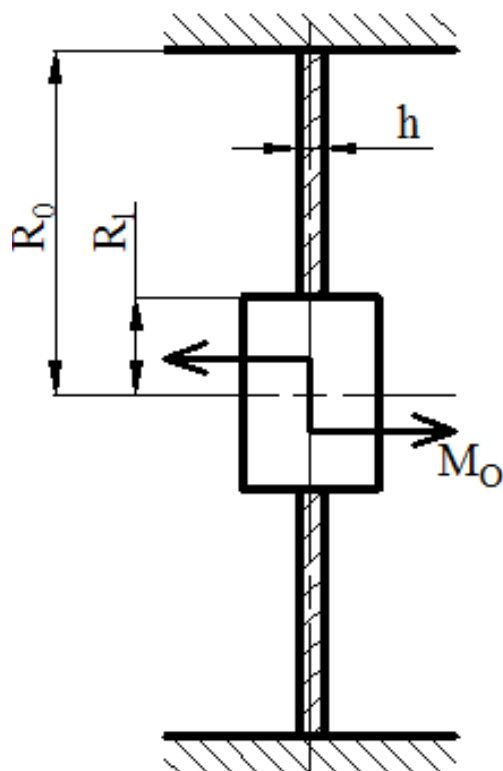
obr. 10 - redukované napětí hřídele [MPa]

### 3.2 Výpočet napjatosti čela

Při volbě teorie výpočtu čel bubnu pásového dopravníku se může zdát vhodné počítat čela jako rotující kotouče. Avšak po zjištění rychlosti dopravovaného materiálu, která je přibližně  $2 \div 4$  m/s, můžeme zanedbat úhlovou rychlost kotouče a tudíž vyloučit tuto teorii. Čela budeme dále považovat za vetknutou tenkou desku.

### 3.2.1 Ohyb

Zátěžné schéma desky můžeme vidět na obr. 11.



obr. 11 - výpočtové schéma ohybu

Níže uvedené vztahy pro výpočet radiálních, obvodových a jednotlivých smykových napětí jsou závislé na poloměru desky  $R$ , úhlu  $\beta$  a tloušťce desky  $z$ . Intervaly pro jednotlivé proměnné jsou:  $R \in \langle R_1 ; R_0 \rangle$ ,  $\beta \in \langle 0 ; 2 \cdot \pi \rangle$  a  $z \in \langle -h/2 ; h/2 \rangle$ .

Radiální napětí  $\sigma_R$  vypočteme dle vztahu:

$$\sigma_R = \frac{k_M \cdot k_{\sigma R}}{B} \cdot T_2 \cdot e^{(f_0 \cdot \alpha)} \cdot [(A_1 - f_0 \cdot A_2) \cdot \cos \beta - (A_2 + f_0 \cdot A_1) \cdot \sin \beta] \quad (3.14)$$

Následně vypočteme obvodové napětí  $\sigma_\beta$ :

$$\sigma_\beta = \frac{k_M \cdot k_{\sigma \beta}}{B} \cdot T_2 \cdot e^{(f_0 \cdot \alpha)} \cdot [(A_1 - f_0 \cdot A_2) \cdot \cos \beta - (A_2 + f_0 \cdot A_1) \cdot \sin \beta] \quad (3.15)$$

Smyková napětí vypočteme podle níže uvedených vzorců:

$$\tau_{R\beta} = \frac{k_M \cdot k_{\tau R\beta}}{B} \cdot T_2 \cdot e^{(f_0 \cdot \alpha)} \cdot [(A_1 + f_0 \cdot A_2) \cdot \cos\beta + (A_2 - f_0 \cdot A_1) \cdot \sin\beta] \quad (3.16)$$

$$\tau_{Rz} = \frac{k_M \cdot k_{\tau Rz}}{B} \cdot T_2 \cdot e^{(f_0 \cdot \alpha)} \cdot [(A_1 - f_0 \cdot A_2) \cdot \cos\beta - (A_2 + f_0 \cdot A_1) \cdot \sin\beta] \quad (3.17)$$

$$\tau_{\beta z} = \frac{k_M \cdot k_{\tau \beta z}}{B} \cdot T_2 \cdot e^{(f_0 \cdot \alpha)} \cdot [(A_1 + f_0 \cdot A_2) \cdot \cos\beta + (A_2 - f_0 \cdot A_1) \cdot \sin\beta] \quad (3.18)$$

Na závěr jsou níže uvedeny funkce obsažené v rovnicích pro výpočet smykových napětí:

$$k_{\sigma R} = \frac{-3 \cdot z}{\pi \cdot h^3 \cdot (R_0^2 + R_1^2)} \cdot \left[ (3 + \mu_D) \cdot R - \frac{(1 - \mu_D) \cdot R_0^2 \cdot R_1^2}{R^3} - \frac{(1 + \mu_D) \cdot (R_0^2 + R_1^2)}{R} \right] \quad (3.19)$$

$$k_{\sigma \beta} = \frac{-3 \cdot z}{\pi \cdot h^3 \cdot (R_0^2 + R_1^2)} \cdot \left[ (1 + 3 \cdot \mu_D) \cdot R - \frac{(1 - \mu_D) \cdot R_0^2 \cdot R_1^2}{R^3} - \frac{(1 - \mu_D) \cdot (R_0^2 + R_1^2)}{R} \right] \quad (3.20)$$

$$k_{\tau R\beta} = \frac{3}{\pi \cdot h^3 \cdot (R_0^2 + R_1^2)} \cdot (1 - \mu_D) \cdot \left[ R + \frac{R_0^2 \cdot R_1^2}{R^3} - \frac{(R_0^2 + R_1^2)}{R} \right] \quad (3.21)$$

$$k_{\tau \beta z} = \frac{3 \cdot z}{\pi \cdot h^3 \cdot (R_0^2 + R_1^2)} \cdot \left[ 2 - \frac{R_0^2 \cdot R_1^2}{R^2} \right] \cdot \left( \frac{h^4}{4} - z^2 \right) \quad (3.22)$$

$$k_{\tau Rz} = \frac{-3}{\pi \cdot h^3 \cdot (R_0^2 + R_1^2)} \cdot \left[ 2 + \frac{R_0^2 \cdot R_1^2}{R^2} \right] \cdot \left( \frac{h^4}{4} - z^2 \right) \quad (3.23)$$

V případě uvedených rovnic popisujících ohybové namáhání můžeme vidět, že se jedná o trojosý napěťový stav.

### 3.2.2 Krut

Výpočet krutů ze staticky neurčité úlohy provedeme dle vzorců uvedených níže. Čelo blíže pohonu přenáší větší krouticí moment, který si můžeme vyjádřit pomocí vzorce:

$$M_{KA} = M_k \cdot \frac{\frac{J_{PH} \cdot G_H}{2 \cdot J_{PP} \cdot G_P} + 1}{\frac{J_{PH} \cdot G_H}{J_{PP} \cdot G_P} + 1}; \quad (3.24)$$

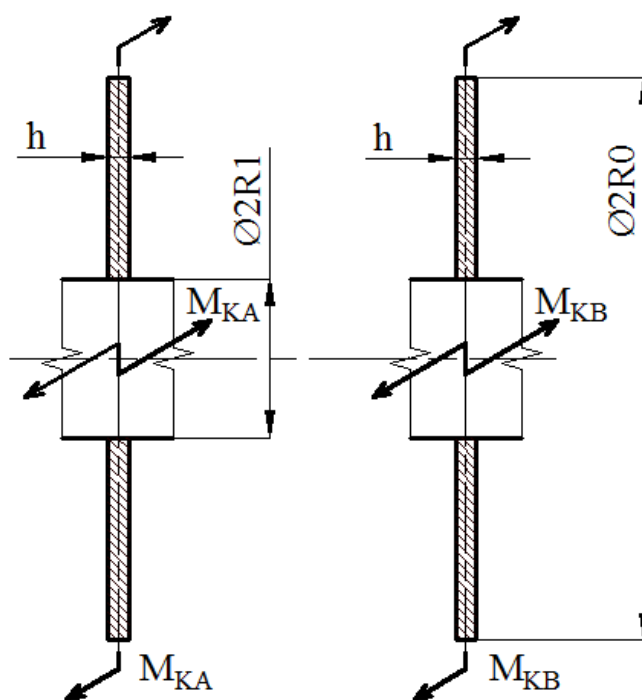
Kde modul pružnosti ve smyku  $G$ , přepočítán pomocí Poissonova koeficientu  $\mu$  a modulu pružnosti v tahu  $E$ , je vyjádřen níže uvedeným vztahem. Modul pružnosti ve smyku popisuje poměr mezi smykovým napětím a jím způsobenou deformací, neboli tzv. zkosem.

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)} \quad (3.25)$$

Krouticí moment přenášený čelem dále od pohonu si vyjádříme:

$$M_{KB} = M_{KB} - M_{KA} \quad (3.26)$$

Po dopočtení kroutících momentů již mohou být vyjádřena smyková napětí. Zatížení krutem je zobrazeno na obr. 12.



obr. 12 - výpočtové schéma kroutícího momentu

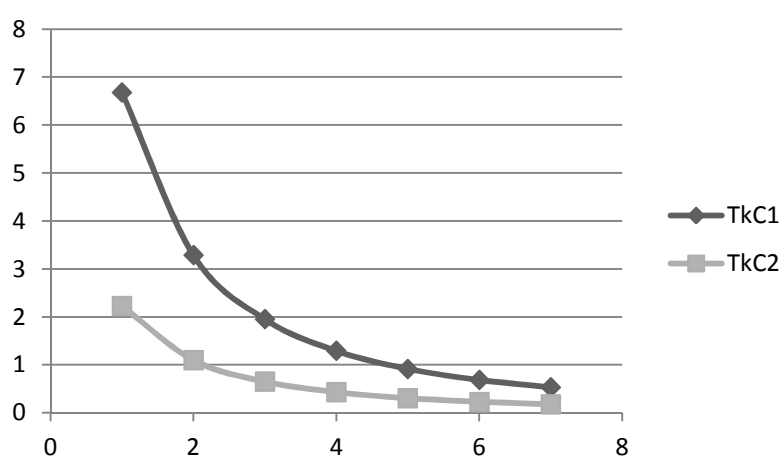
Pro výpočet čela blíže k pohonu byl využit vztah:

$$\tau_{kC1} = \frac{M_{KA}}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot R^2} \quad (3.27)$$

Obdobně dopočteme smyková napětí v čele dále od pohonu:

$$\tau_{kC2} = \frac{M_{KB}}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot R^2} \quad (3.28)$$

Vypočtená smyková napětí  $\tau_{kC1}$ ,  $\tau_{kC2}$  jsou znázorněna v grafu na obr. 13, kde je vidět jejich exponenciální průběh v závislosti na poloměru čel.



obr. 13 - výsledná smyková napětí [MPa]

### 3.2.3 Redukované napětí

Pro výpočet redukovaného napětí je potřeba nejprve zjistit hlavní napětí. Ty byly zjištěny pomocí kubické rovnice, kde kořeny rovnice odpovídají hlavním napětím.

$$\sigma_j^3 - I_1 \sigma_j^2 + I_2 \sigma_j - I_3 = 0 \quad (3.29)$$

kde

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad (3.30)$$

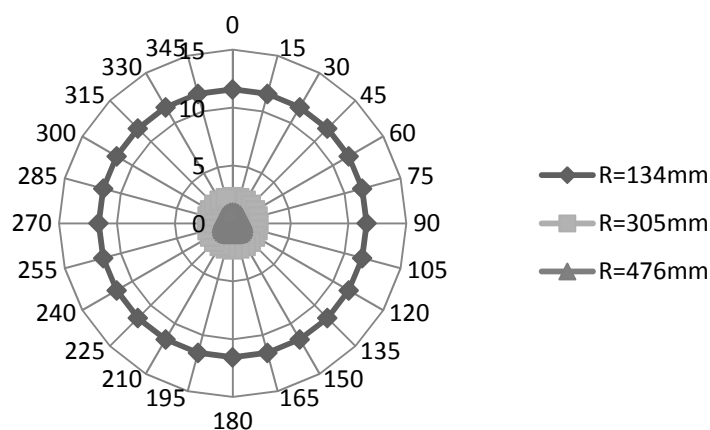
$$I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (3.31)$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (3.32)$$

Výsledná hlavní napětí byla dosazena ho HMM hypotézy pro obecný trojosý stav napjatosti.

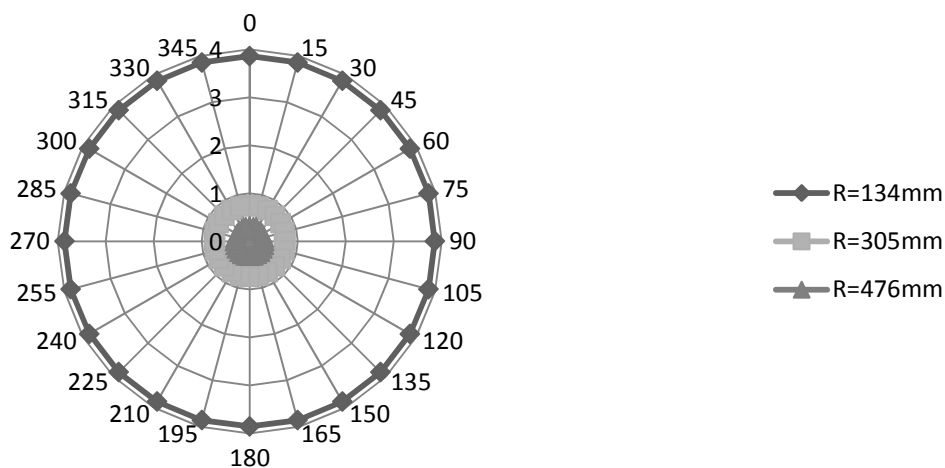
$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_1 \cdot \sigma_3 + \sigma_1 \cdot \sigma_2)} \quad (3.33)$$

Vypočtená redukovaná napětí byla zpracována zobrazena v grafu pro čelo blíže pohonu na. obr. 14 Nejvyšší hodnota napětí je 11,57 MPa a nachází se na poloměru 134 mm. Toto napětí je v průběhu souřadnice  $\beta$  poměrně stálé a neměnné.



obr. 14 - redukované napětí čela blíže k pohonu [MPa]

A pro čelo dále od pohonu je napětí zobrazeno na obr. 15.



obr. 15 - redukované napětí čela dále od pohonu [MPa]

Nejvyšší hodnota redukovaného napětí u čela dále od pohonu je 3.9 MPa a taktéž jako u prvního čela se nachází na poloměru 134 mm.

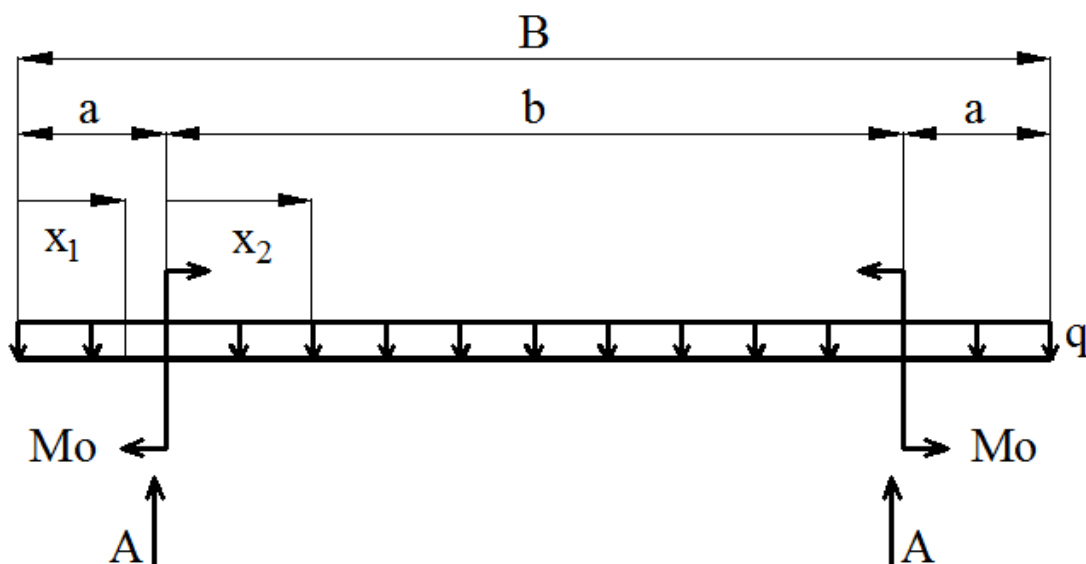


Z výše uvedených grafů je vidět, že napjatost obou čel je z velké části ovlivněna krutem. Průběh tohoto napětí je v polární souřadnici  $\beta$  konstantní a proto i v redukovaném napětí jsou patrné pouze minimální rozdíly v průběhu této souřadnice.

### 3.3 Výpočet napjatosti pláště bubnu

#### 3.3.1 Ohyb

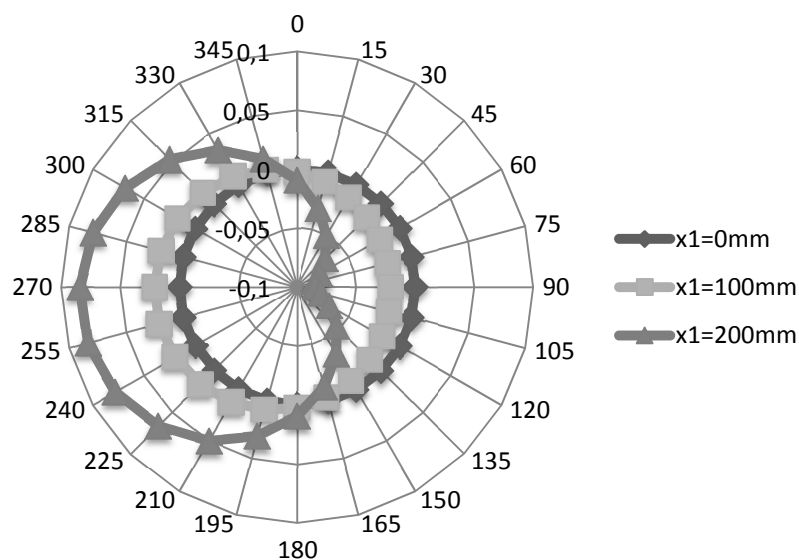
Ohybové momenty na plášti bubnu způsobují normálová napětí, posouvající síly napětí smyková. Z důvodu malé tloušťky pláště vůči průměru, počítáme tyto napětí pouze ve střední vrstvě na poloměru  $R_s$ . Zatížení a lokální souřadné systémy  $x_1 \in \langle 0 ; a \rangle$ ,  $x_2 \in \langle 0 ; b/2 \rangle$  můžeme vidět na obr. 16. V uvedených vztazích se ještě vyskytuje proměnná souřadnice  $\beta \in \langle 0 ; 2\pi \rangle$ , což je polární souřadnice, která popisuje úhel místa řezu počítaného napětí.



obr. 16 - výpočtové schéma ohybu

Normálová napětí od ohybu pro interval  $x_1 \in \langle 0 ; a \rangle$  jsou doložena dle vztahů:

$$\sigma_p(x_1) = \frac{-(R_0 + R_2)}{4 \cdot J_p} \cdot T_2 \cdot \frac{x_1^2}{B} \cdot e^{f_0 \cdot \alpha} \cdot [(f_0 \cdot A_2 - A_1) \cdot \cos \beta + (A_2 + f_0 \cdot A_1) \cdot \sin \beta] \quad (3.34)$$

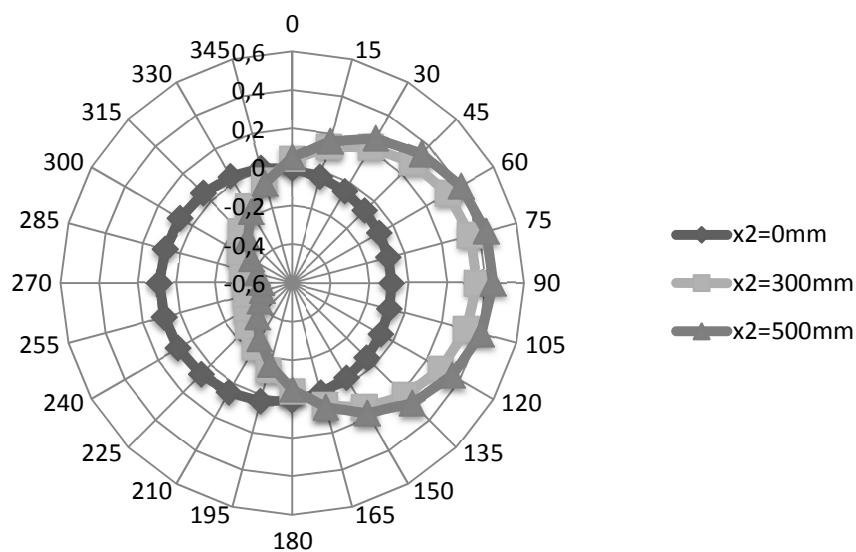


obr. 17 - výsledná napjatost pláště od ohybu [MPa]

Z obr. 17 je vidět, že zatížení v tomto úseku je menší a moc neovlivní pevnost bubnu. Hodnoty napětí jsou zobrazeny v Mpa.

Interval  $x_2 \in <0 ; b/2>$  dopočteme dle následujícího vztahu. Opět můžeme z obr. 18 vyčíst nejvyšší hodnoty normálového napětí.

$$\sigma_P(x_2) = \frac{R_0 + R_2}{2 \cdot J_P} \cdot T_2 \cdot \frac{e^{f_0 \cdot \alpha}}{B} \cdot \left[ k_M - \frac{a^2}{2} - \frac{x_2^2}{2} + \frac{b \cdot x_2}{2} \right] \cdot [(f_0 \cdot A_2 - A_1) \cdot \cos \beta + (A_2 + f_0 \cdot A_1) \cdot \sin \beta] \quad (3.35)$$

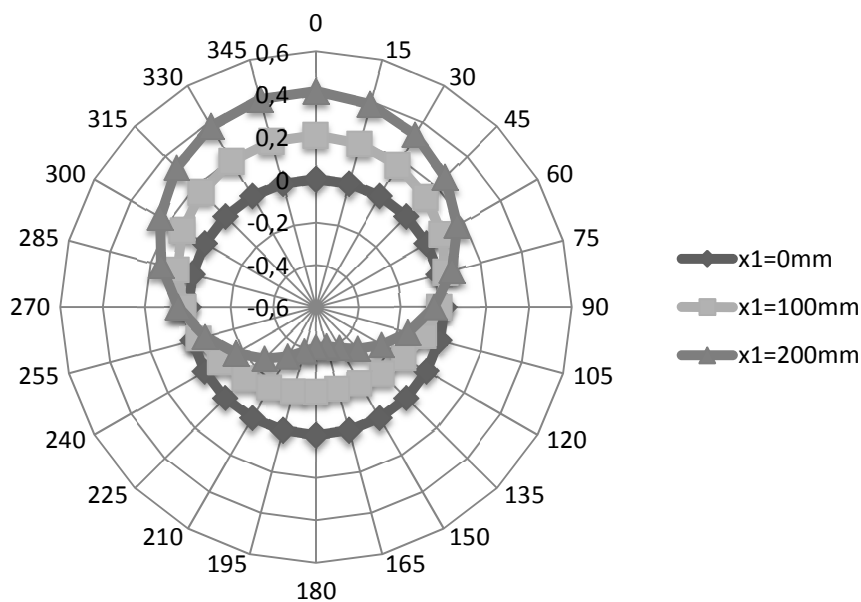


obr. 18 - výsledná napětí od ohybu [MPa]

Smyková napětí vyvolaná působením spojitého zatížení  $q$  na povrchu pláště bubny vypočteme dle následujících vztahů. Pro interval  $x_1 \in \langle 0 ; a \rangle$  :

$$\tau_P(x_1) = \frac{R_s^2}{J_P} \cdot T_2 \cdot \frac{x_1}{B} \cdot e^{f_0 \cdot \alpha} \cdot [(f_0 \cdot A_2 + A_1) \cdot \cos\beta + (A_2 - f_0 \cdot A_1) \cdot \sin\beta] \quad (3.36)$$

Průběh smykových napětí je zobrazen na obr. 19:

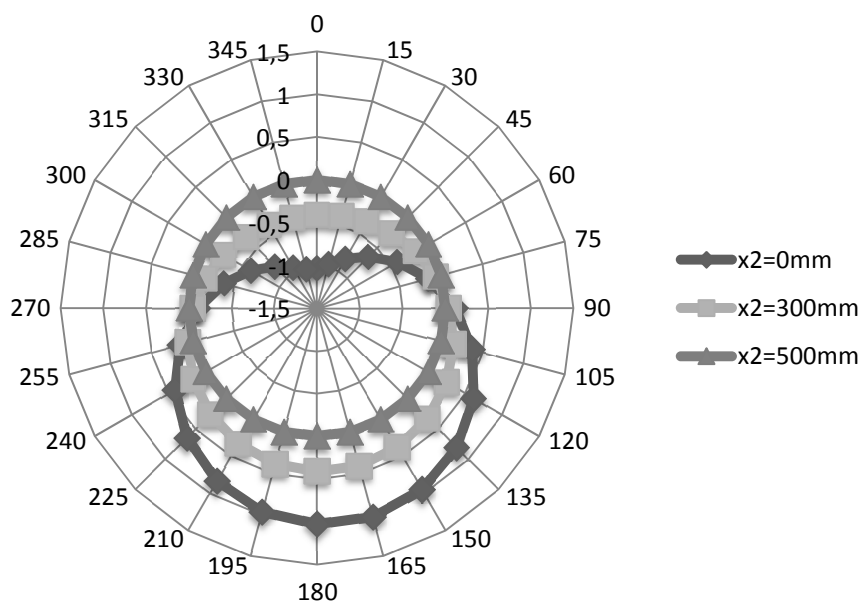


obr. 19 - výsledná smyková napětí od ohybu [MPa]

A pro interval  $x_2 \in \langle 0 ; b/2 \rangle$  :

$$\tau_P(x_2) = -\frac{R_s^2}{J_P} \cdot T_2 \cdot \frac{\frac{b}{2} - x_2}{B} \cdot e^{f_0 \cdot \alpha} \cdot [(f_0 \cdot A_2 + A_1) \cdot \cos\beta + (A_2 - f_0 \cdot A_1) \cdot \sin\beta] \quad (3.37)$$

Kde výsledná smyková napětí si zobrazíme na níže uvedeném obr. 20.



obr. 20 - výsledná smyková napětí od ohybu [MPa]

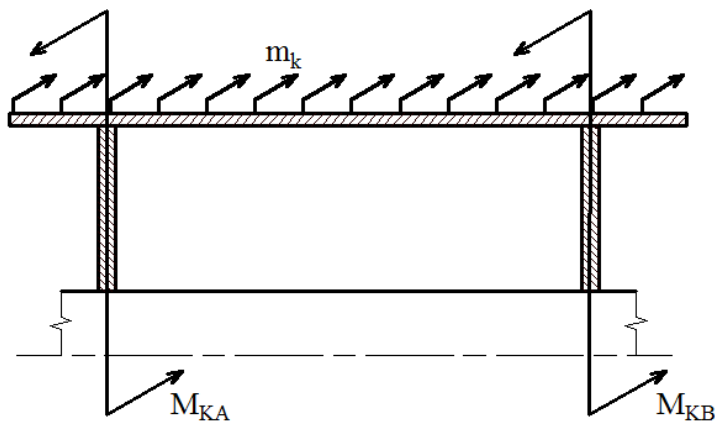
Střední průměr pláště bubnu si vyjádříme jako vztahem:

$$R_s = \frac{R_0 + R_2}{2}. \quad (3.38)$$

### 3.3.2 Krut

Plášť bubnu je zatížen kroutícím momentem přenášeným z pásu na buben dopravníku. Kroutící moment je vyjádřen na jednotku šířky bubnu pásu. Můžeme jej vyjádřit pomocí níže uvedeného vztahu a taktéž je zobrazen na obr. 21.

$$m_k = T_2 \cdot \frac{d}{2 \cdot B} \cdot [e^{f_0 \cdot \alpha} - 1] \quad (3.39)$$

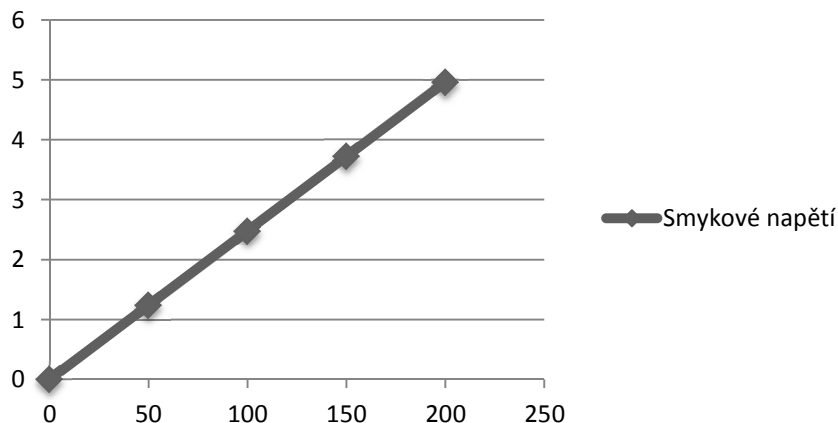


obr. 21 - výpočtové schéma zatížení krutem

Pro výpočet napjatosti od kroutícího momentu podél délky pláště byly použity následující vztahy. A to pro interval  $x_1 \in <0 ; a>$  :

$$\tau_{PK1} = \frac{M_K \cdot x_1 \cdot R}{J_{PP} \cdot B} \quad (3.40)$$

Průběh smykových napětí způsobených kroutícím momentem je zobrazen v grafu na obr. 22, kde můžeme vidět vzrůstající lineární závislost smykového napětí a souřadnice  $x_1$ .

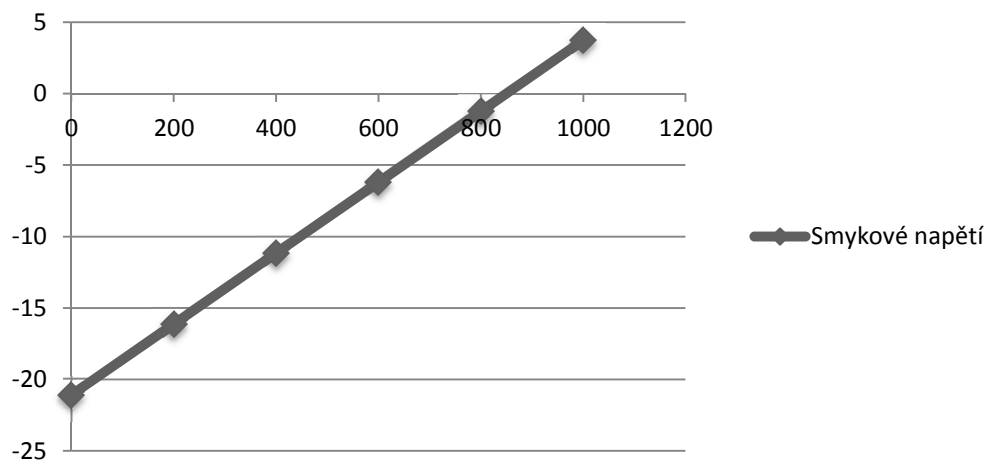


obr. 22 – výsledná smyková napětí [MPa]

A pro interval  $x_2^* \in <0 ; b>$  :

$$\tau_{PK2} = \frac{M_K \cdot R}{J_{PP}} \cdot \left[ \frac{a}{B} + \frac{x_2^*}{B} - \frac{\frac{J_{PH} \cdot G_H}{2 \cdot J_{PP} \cdot G_P} + 1}{\frac{J_{PH} \cdot G_H}{J_{PP} \cdot G_P} + 1} \right] \quad (3.41)$$

Smyková napětí v následujícím intervalu, mezi čely, jsou zobrazena níže na obr. 23. Opět si můžeme všimnout vzrůstající lineární závislosti.



obr. 23 – výsledná smyková napětí [MPa]

V posledním úseku, to je od čela dále od pohonu, jsou smyková napětí obdobná jako v prvním intervalu, s tím že hodnoty vzrůstají z maximálních záporných hodnot až do nuly.

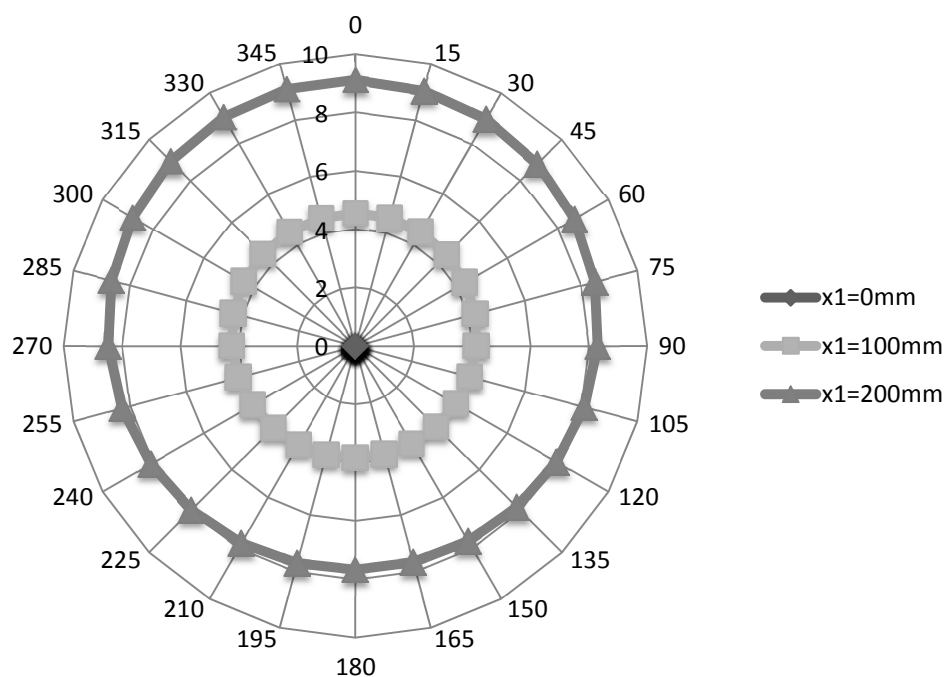
### 3.3.3 Redukované napětí

V případě pláště se jedná o rovinnou napjatost. Smyková napětí působí ve stejném směru, proto byla sečtena a dosazena do vztahu pro výpočet redukovaného napětí dle HMM hypotézy.

$$\sigma_{red}(x_1) = \sqrt{\sigma_P(x_1)^2 + 3 \cdot (\tau_P(x_1) + \tau_{PK}(x_1))^2} \quad (3.42)$$

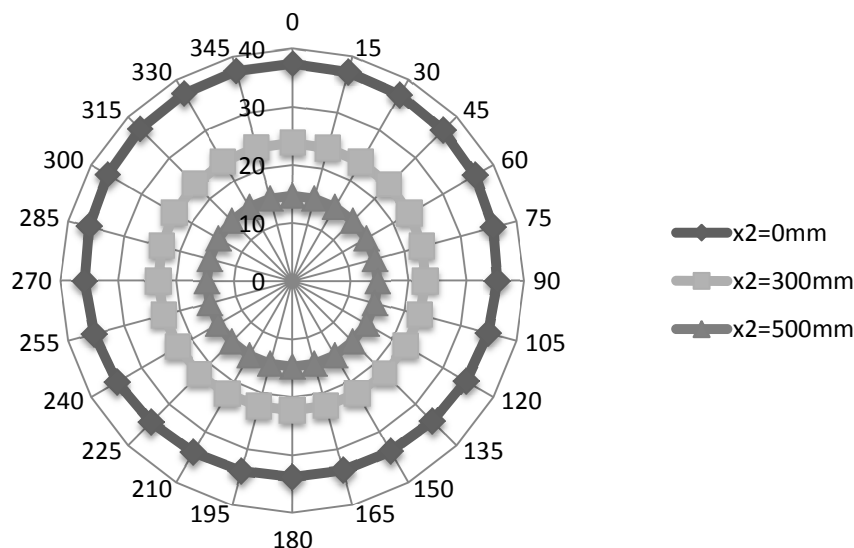
$$\sigma_{red}(x_2) = \sqrt{\sigma_P(x_2)^2 + 3 \cdot (\tau_P(x_2) + \tau_{PK}(x_2))^2} \quad (3.43)$$

Výsledné napjatosti pláště bubnu jsou zobrazena na obr. 24. Maximální redukované napětí v prvním úseku se nachází v blízkosti čela, tj.  $x_1 = 200$  mm. Hodnota tohoto napětí je 9,1 MPa.



obr. 24 - redukované napětí pláště [MPa]

A pro druhý úsek jsou napjatosti zobrazeny na obr. 25. Maximální hodnota se nachází opět v blízkosti čela, tj. v  $x_2 = 0$  mm.



obr. 25 - redukované napětí ve druhém úseku [MPa]

Tak jako v případě napjatosti čel, tak i u pláště platí, že největší podíl na napjatosti má krut. Ten je opět v souřadnici  $\beta$  konstantní a proto se to projevily jen malé rozdíly napjatosti při redukovaném napětí skrz tuto souřadnici.

## 4 Výpočet numerickou metodou

Pro výpočet napjatosti v libovolném místě bubnu byl použit program Patran a Nastran od firmy MSC Software. Jako součást zadání byl k dispozici geometrický model bubnu pásového dopravníku a jeho výkresová dokumentace.

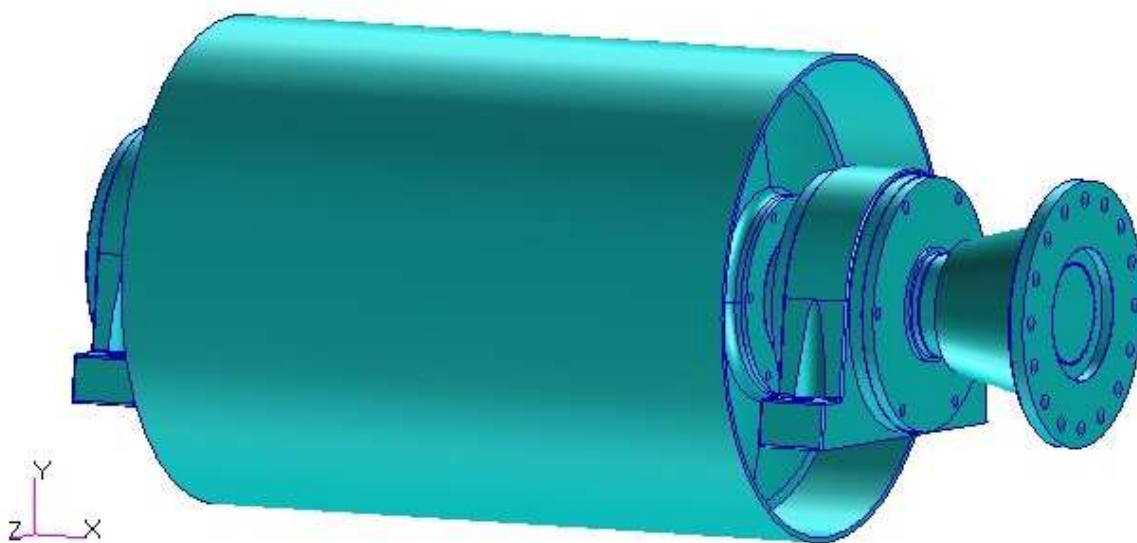
Patran je určen k přípravě modelu před výpočtem a dále pak pro načtení a zobrazení dosažených výsledků. Pod přípravou modelu si můžeme představit tvorbu, úpravu nebo také import geometrie. Dále také zadávání materiálových vlastností jednotlivých částí modelu, tvorbu okrajových podmínek, tvorbu sítě a tím vytvoření konečnoprvkového modelu. V programu se taktéž nastavují vstupní parametry pro samotný výpočet, přičemž můžeme vybírat z mnoha typů řešení, jako jsou např. lineární a nelineární statická analýza, modální analýza, vzpěr a jiné.

Nastran je využíván k samotnému výpočtu konečnoprvkového modelu na kterém již nejsou prováděny žádné změny. Po dokončení výpočtu je nutné výsledky načíst jiným programem, v tomto případě v Patranu.

## 4.1 Import a úprava geometrie

Zadaný geometrický model bubnu pásového dopravníku byl nainportován ze zadaného výměnného formátu modelu do Patranu a vhodně zjednodušen.

Úprava modelu neboli zjednodušení spočívá v odstranění menších zaoblení, poloměrů, zápchů, děr a dalších konstrukčních prvků, které nám výpočet komplikují a tím prodlužují dobu výpočtu modelu. Tím ovšem s úpravou geometrie nekončíme, geometrie musí být taktéž vhodně nachystána pro zadávání okrajových podmínek a vytváření konečnoprvkové sítě. Na obr. 26 můžeme vidět zadaný buben pásového dopravníku, ještě bez úpravy geometrie.



obr. 26 - schéma zadaného bubnu

## 4.2 Materiálové vlastnosti

Jednotlivé části řešeného modelu bubnu dopravníku jsou vyrobeny z oceli, proto navolíme izotropní materiál. Dále také potřebné materiálové vlastnosti pro statickou analýzu, což je modul pružnosti v tahu  $E = 210\,000\text{ Mpa}$  a poissonovo číslo  $\mu = 0.3$ .

## 4.3 Okrajové podmínky

Při zadávání okrajových podmínek vytváříme zátěžné stavy a vazby mezi jednotlivými částmi modelu nebo souřadného systému. Rozbor zatížení bubnu dopravníku byl proveden v předchozích kapitolách, a proto z něj budeme vycházet.



### 4.3.1 Zatížení tečným a normálovým tlakem

Jak již bylo zmíněno v kapitole 1, plášť bubnu dopravníku je zatížen normálovým tlakem  $p_n$  a tečným tlakem  $p_t$ .

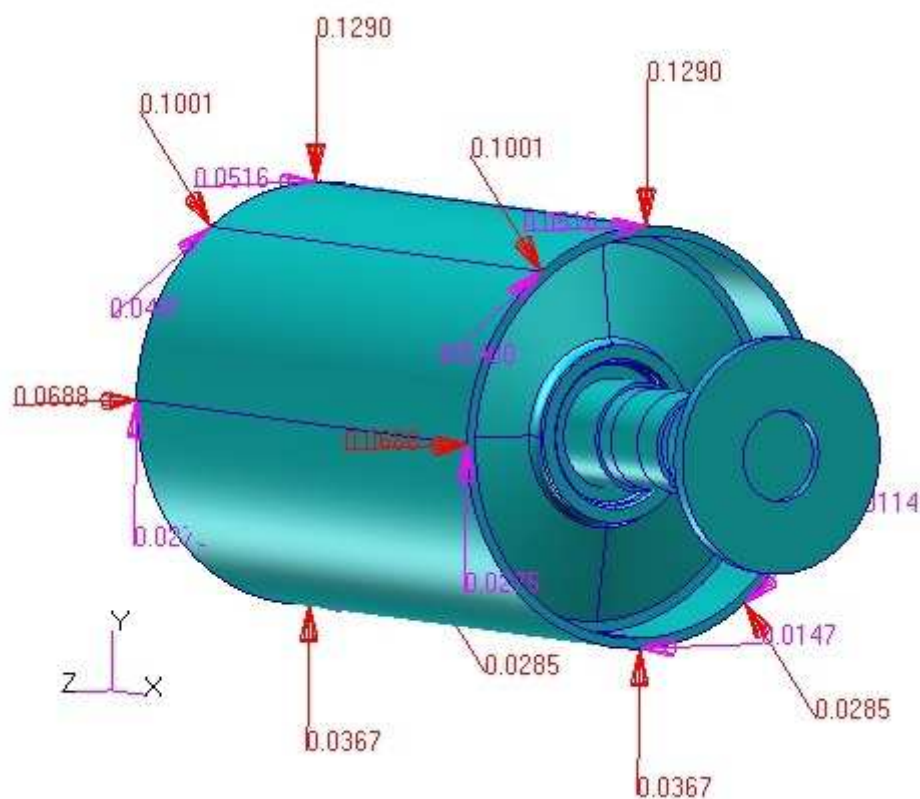
Normálový tlak  $p_n$  je vyjádřen vztahem (2.4). Tlak působí kolmo na plášť bubnu dopravníku, proto nemusíme nijak zvláště upravovat směr působení.

$$p_n = \frac{2 \cdot T_2}{d \cdot B} \cdot e^{(f_0 \cdot \alpha)}$$

Tečný tlak  $p_t$  je realizován v tečném směru na plášť bubnu, proto bude působit na boky elementů, což si musíme uvědomit při zadávání této okrajové podmínky. Vztah pro normálový tlak je vyjádřen rovnicí (2.5).

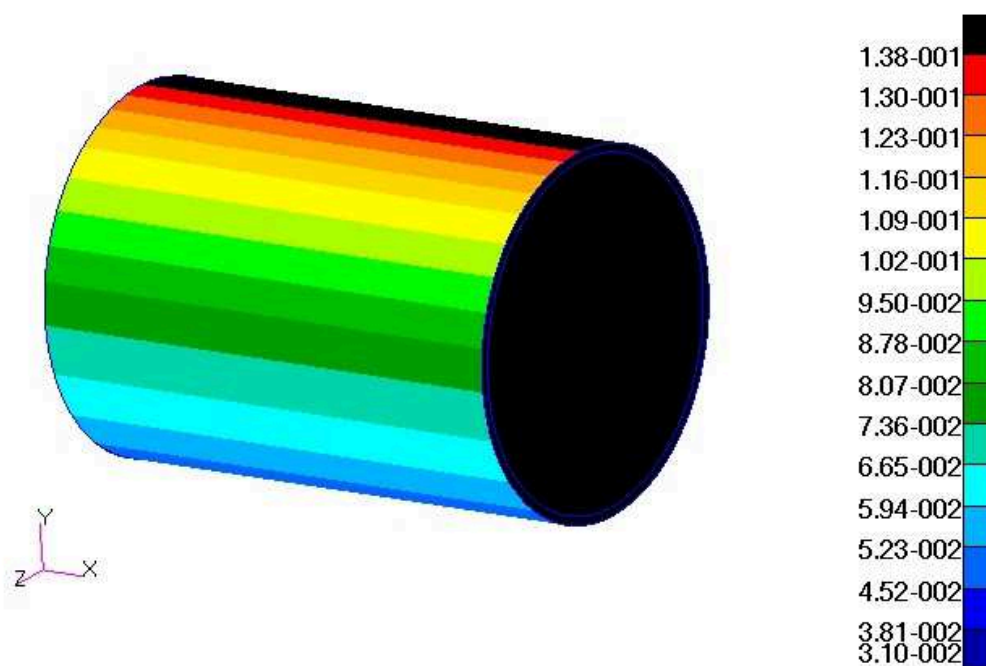
$$p_t = f_0 \cdot \frac{2 \cdot T_2}{d \cdot B} \cdot e^{(f_0 \cdot \alpha)}$$

Na níže uvedeném obr. 27 je zobrazen buben zatížený normálovým (červeně) i tečným tlakem (fialově). Oba druhy tlaků jsou úmyslně vykresleny ve svých směrech působení pro lepší ilustraci zatížení bubnu. Také si zde můžeme všimnout již upravené geometrie.



obr. 27 - zatížení bubnu [Mpa]

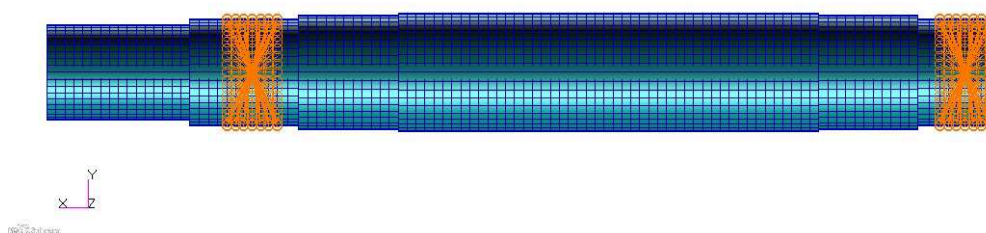
A na následujícím obr. 28 je zobrazen celkový průběh zatížení na plášti bubnu vektorovým součtem obou tlaků.



obr. 28 - průběh součtu tlaků [Mpa]

#### 4.3.2 Náhrada ložisek a uchycení hřídele

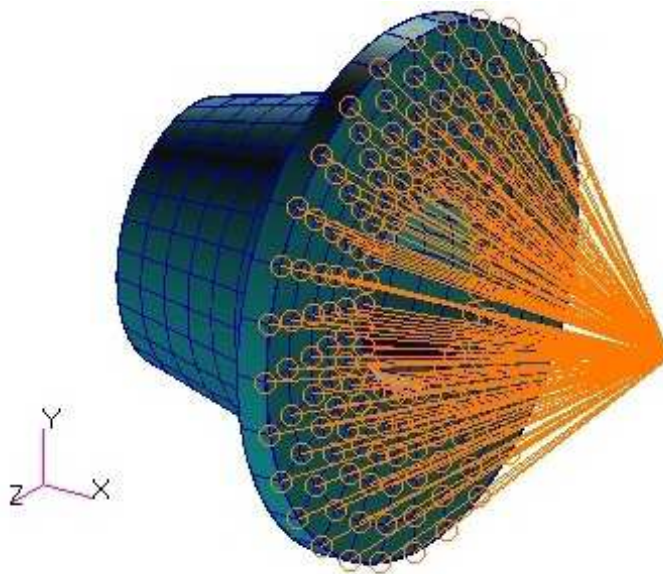
Hřídel umístěná v ložiscích má pouze jeden stupeň volnosti a to rotaci kolem vlastní osy. Avšak při detailnějším zkoumání chování hřídele bylo zjištěno a také zavedeno do výpočtu naklopení v ložiscích. Toto naklopení vzniká z důvodu průhybu hřídele od zatížení. Proto bylo využito náhrady pomocí absolutně tuhých prvků RBE2, které vytvoří paprskovitou síť vztaženou od elementů pod ložisky k námi určenému bodu. Tomuto bodu byl poté odebrán stupeň volnosti v radiálním směru na osu hřídele. Poté byl ještě odebrán u jednoho ložiska posuv v axiálním směru. Hřídel včetně nahrazených ložisek absolutně tuhými prvky, je zobrazena na obr. 29.



obr. 29 – uchycení hřídele

### 4.3.3 Uchycení spojky

K uchycení spojky bylo opět využito absolutně tuhého prvku RBE2. S ohledem na uložení byly odebrány všechny stupně volnosti. Ze vztažného bodu později budeme moci odečíst a zkontrolovat reakce. Uchycení spojky je vidět na obr. 30.



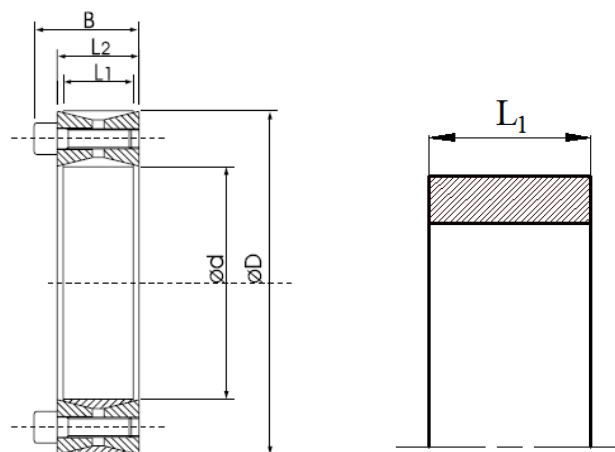
obr. 30 – uchycení spojky

### 4.3.4 Náhrada kuželového rozpěrného kroužku Fenlock FLK – 200

Z hlediska napjatosti nás rozpěrný kroužek nezajímá, má výrobcem ověřené a garantované parametry. Proto je složité modelování kroužku zbytečné, ba dokonce zcela nevhodné.

Účel rozpěrného kroužku je přenést krouticí moment z hnací části na hnanou, přičemž hnací část je hřídel a hnané části jsou čela bubnu. Přenesení momentu je realizováno na principu vyvolání dostatečného tlaku mezi těmito součástmi. Tlak je vyvolán utahováním šroubů a tím rozpínáním kuželů kroužku.

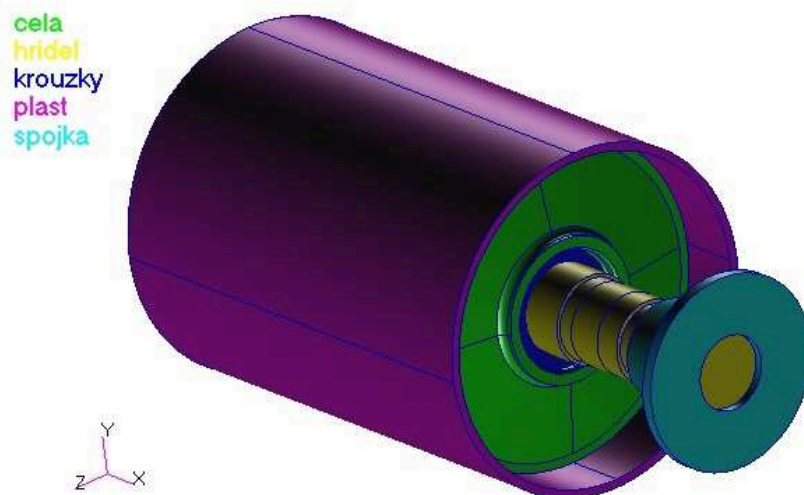
Rozpěrné kroužky jsou nahrazeny válcovými tělesy (náhradními kroužky), které spojují hřídel a čela bubnu. Tlak by se dal namodelovat pomocí přesahů náhradních kroužků, ale z důvodu, že problematika kontaktních těles bude probírána až ve vyšších ročnících, byl tlak zanedbán. Rozdíl mezi rozpěrným kuželovým kroužkem a pomocným je zobrazen na obr. 31.



obr. 31 - rozpěrné kroužky – levý obrázek převzat z [6]

#### 4.3.5 Zavedení spojení

Jelikož je buben sestaven z více částí, pohlížíme na něj jako na sestavu. Proto je nutné zavedení kontaktů neboli vazeb mezi těmito částmi. K tomuto kroku se ale dostaneme až později, při zadávání parametrů pro statickou analýzu. Nejprve musíme nadefinovat kontaktní tělesa. Jejich uskupení můžeme vidět na obr. 32. Jedná se o spojku, hřídel, pomocný kroužek, čela a plášť.



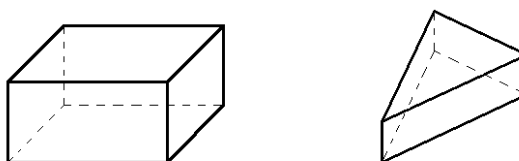
obr. 32 – kontaktní tělesa bubnu

#### 4.4 Sít'ování jednotlivých částí sestavy

Sít'ování neboli meshing je jednou z nejdůležitějších částí při tvorbě konečnoprvkového modelu. Pod pojmem konečnoprvkový model si představme matematickou formulaci sestavy, která je vztažena na jednotlivé elementy neboli konečné

prvky sestavy. Veškeré zatížení a vazby mezi tělesy jsou vztaženy na tyto elementy modelu. Zadávány mohou být buď přímo na elementy, nebo na geometrii a daný program si je před vlastním výpočtem převede z geometrie na konečnoprvkový model.

Můžeme zvolit nepřeberné množství způsobů, jak síťovat těleso. U celé sestavy bylo využito elementu typu využívající geometrii kváдру a klínu. Celkem je v sestavě namodelováno 45 019 elementů. Ty obsahují 112 565 uzlů. Byly zde použity elementy lineární i kvadratické. Srovnání typů elementů je zobrazeno na obr. 33. Detailnější popis síťování jednotlivých těles sestavy je uveden v následujících podkapitolách.

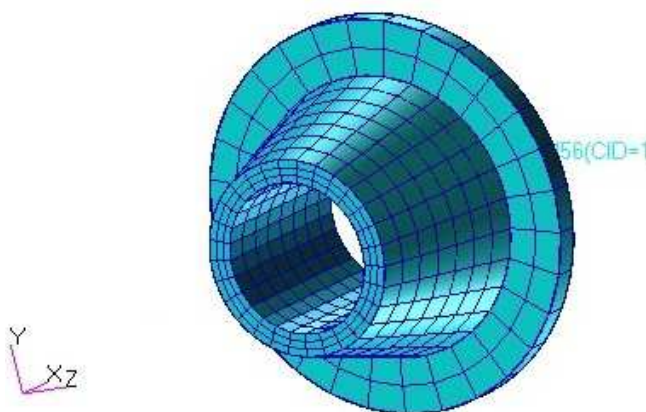


obr. 33 - typy použitých elementů

#### 4.4.1 Spojka

Jelikož nás napětí ve spojce nijak výrazně nezajímá, a ani není naším účelem ji zkoumat, mohlo být použito elementů s větší délkou hrany, čímž došlo k jejich redukci a tím i ke zkrácení celkové doby výpočtu. Z tohoto důvodu byly taky použity lineární elementy, které nám dávají méně přesné výsledky, avšak pro tento případ zcela postačující.

Po vytvoření této hrubší sítě vzniklo pouze 754 elementů, které obsahují 1161 uzlů. Výsledná síť na geometrii spojky je zobrazena na obr. 34.

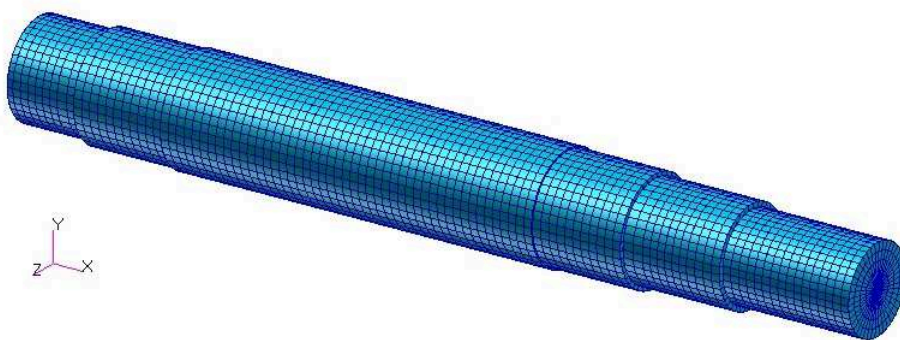


obr. 34 - výsledná síť spojky

#### 4.4.2 Hřídel

Při volbě způsobu síťování u hřídele bylo bráno v úvahu, že předpokládané největší napětí bude v krajních vláknech hřídele. A to jak na jedné straně hřídele způsobené tahem, tak na protější straně způsobené tlakem. Dále byla geometrie hřídele zjednodušena v oblasti drážkovaného spoje. Tento spoj je normalizovaný a proto nebudeme zatěžovat výpočet jeho kontrolou.

Vytvořením konečnoprvkové sítě na hřídeli bylo vytvořeno 27 216 elementů a 27 661 uzlů. Z počtu uzlů vůči počtu elementů je patrné, že se jedná o síť vytvořenou z lineárních elementů. Výsledná síť je zobrazena na níže uvedeném obr. 35.

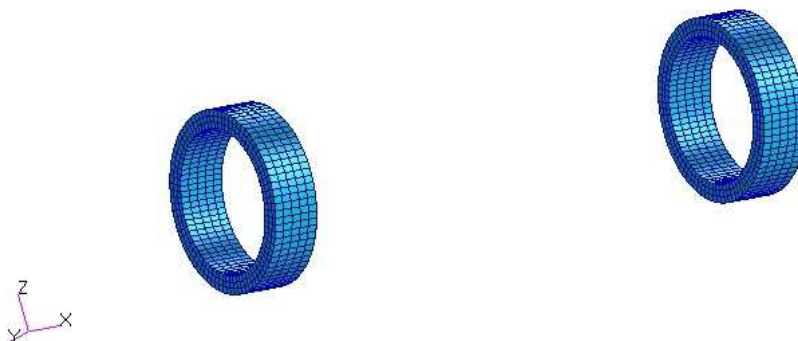


obr. 35 - výsledná síť na hřídeli

#### 4.4.3 Pomocné kroužky

Jak již bylo uvedeno v kapitole 4.3, napjatost v kroužcích pro buben není podstatná a slouží pouze jako náhrada za kuželový rozpěrný kroužek. Z tohoto důvodu byla na kroužcích vytvořena hrubá lineární konečnoprvková síť.

Oba pomocné kroužky obsahují dohromady 2 430 elementů a 3 888 uzlů. Výsledná síť je zobrazena na obr. 36.



obr. 36 - výsledná síť na kroužcích

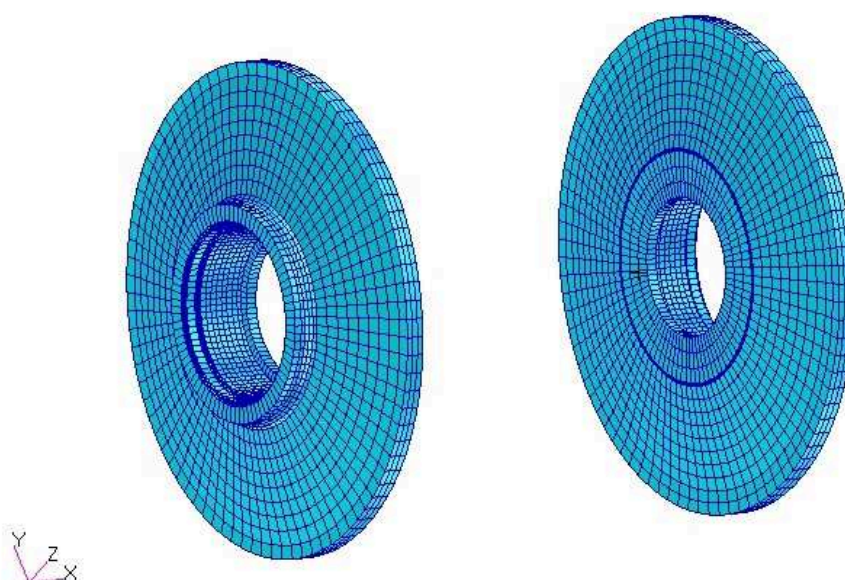


#### 4.4.4 Čela

Před tvorbou sítě musela být geometrie čel upravena. Upraveno bylo kromě běžných zjednodušení i sražení na vnějším obvodu čel. To zde bylo připraveno na svar, který zajišťuje přenos výkonu z čel na plášť bubnu.

Na rozdíl od spojky, hřídele i pomocných kroužků jsou u čel použity kvadratické prvky, abychom dosáhly přesnějších výsledků. A jelikož se jedná o složitější součást, ve výsledné síti vznikly v oblasti zaoblení při přechodu na tenčí profil čel elementy klínového typu.

Celkově se na síti čel bubnu pásového dopravníku nachází 12 070 elementů a 60 860 uzlů. Konečná síť je zobrazena na obr. 37.

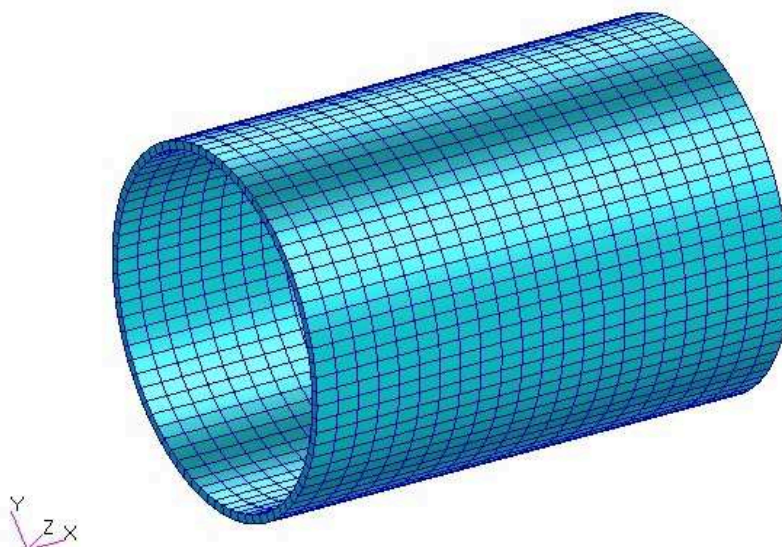


obr. 37 - výsledná síť na čelech

#### 4.4.5 Plášť

Plášť je z hlediska napjatosti velmi důležitou součástí bubnu, proto na něm bylo využito kvadratických elementů. S těmito elementy bylo ušetřeno spoustu uzlů, protože při modelování lineárními elementy bychom měli mít alespoň tři na tloušťku pláště, kdežto kvadratický element vykazuje dostačující výsledky i při jednom elementu na tloušťku bubnu.

Výsledná síť namodelovaná na plášti bubnu je zobrazena na níže uvedeném obr. 38, obsahuje 2620 elementů a 18 995 uzlů.



obr. 38 - výsledná síť na plášti bubnu

## 4.5 Modální analýza

Modální analýza je metoda dynamiky, pomocí které můžeme rozložit složité kmitání soustavy na jednotlivé dílčí děje, které se skládají z tzv. vlastních kmitů při vlastních frekvencích.

V našem případě bylo však modální analýzy využito ke zkontrolování spojitosti konečnoprvkového modelu. Po provedení modální analýzy byla zkoumána spojitost modelu při různých vlastních frekvencích. Kontrola byla provedena při prvních 15 vlastních frekvencích.

Po doladění sítě na modelu pomocí modální analýzy můžeme přejít ke statické analýze.

## 4.6 Statická analýza

Tato analýza nám slouží k výpočtu hledaných napjatostí bubnu. Před analýzou bylo ještě nutno nastavit kontakty mezi tělesy, což bylo realizováno z důvodu popsaného výše v kapitole 4.3.4, kontaktem Glue, který slouží jako tuhá vazba mezi tělesy, bez možnosti zadávání dalších specifik kontaktu. Tento kontakt doslova přilepí kontaktní tělesa dohromady. Je využíván při spojení nesterjnorodých sítí spojovaných těles.

Statickou analýzou máme možnost zobrazit kromě výsledných napjatostí bubnu pásového dopravníku např. deformace nebo reakce v jednotlivých částech modelu.

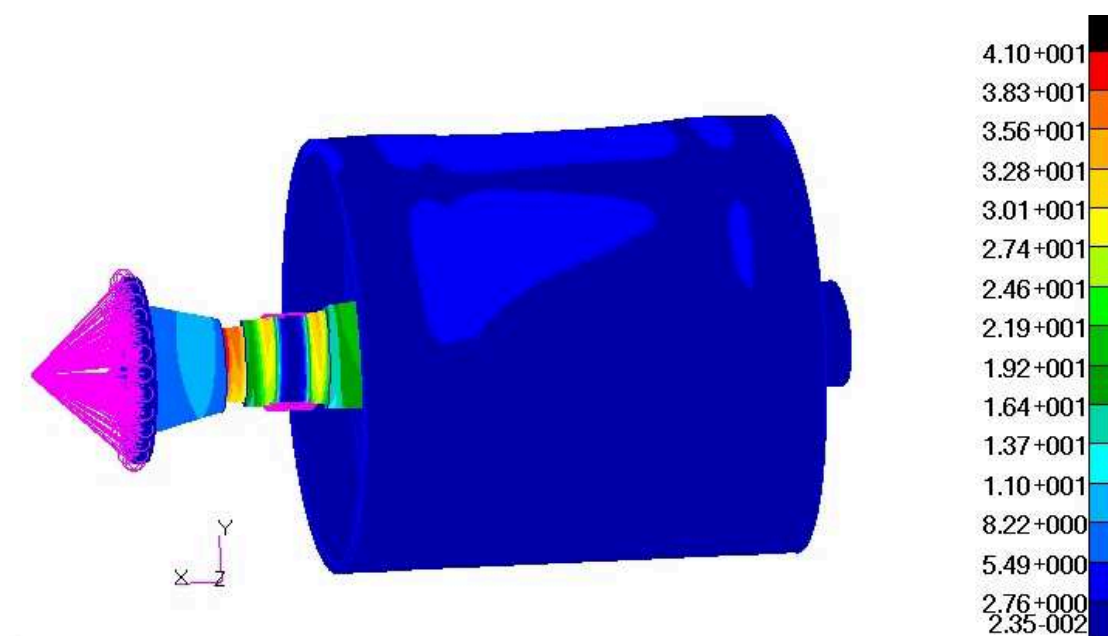


## 4.7 Výsledná napětí

Výsledné napjatosti těles jsou popsány v níže uvedených podkapitolách. Redukované napjatosti jsou uvedeny v MPa a byly spočteny dle metody HMM, tak jako u analytické metody.

Pro zpřehlednění celé sestavy byl buben a jeho napjatost zobrazen na obr. 39. Na tomto zobrazení je vidět napjatost celého bubnu pásového dopravníku. Můžeme z něj vyčíst, že největších hodnot napjatosti je dosaženo na hřídeli. Toto napětí je však s největší pravděpodobností způsobeno kontaktem hřídele a spojky. Proto bychom měli počítat s menší hodnotou, která se taktéž nachází na hřídeli a na tom jistém průměru.

Jednotlivé napjatosti daných částí bubnu pásového dopravníku budou detailněji popsány v následujících podkapitolách.



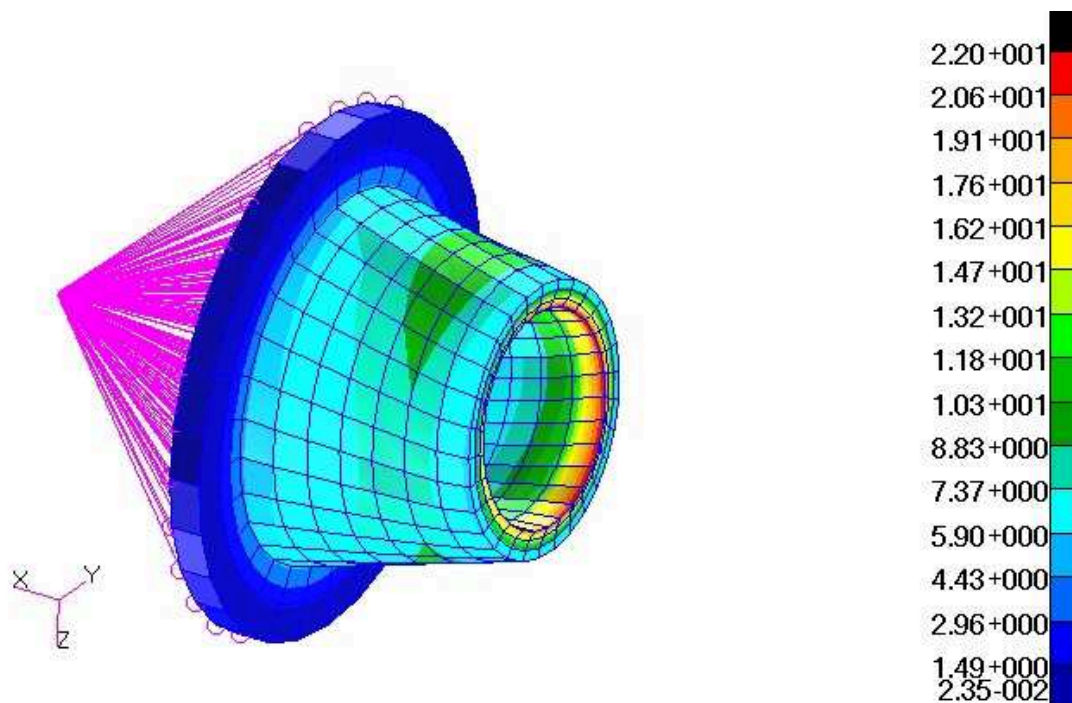
obr. 39 - napjatost sestavy [MPa]

### 4.7.1 Spojka

Jak již bylo výše zmíněno, rozbor napjatosti pro nás není klíčový. I z tohoto důvodu byla geometrie spojky zjednodušena. Avšak s ohledem na to, že sestava spojkou nekončí a je připojena k nějakému druhu pohonu, nejčastěji k elektromotoru, musíme zajistit co nejmenší nechtěné namáhání. Proto byla spojka vetknuta, spočtena a poté zkontrolována její napjatost.

Výsledná napjatost je zobrazena na následujícím obr. 40. Na tomto zobrazení si můžeme všimnout deformaci spojky, která nám vizualizuje výsledný směr zatížení bubnu.

Pro lepší zobrazení byla napjatost zobrazena na konečnoprvkové síti. Nejvyšších hodnot napjatosti dosahuje spojka na okraji otvoru. Napětí zde dosahuje 22 MPa. Toto napětí však bude ve skutečnosti nižší, protože s největší pravděpodobností je vyvoláno rozdílnou sítí mezi hřídelem a spojkou.

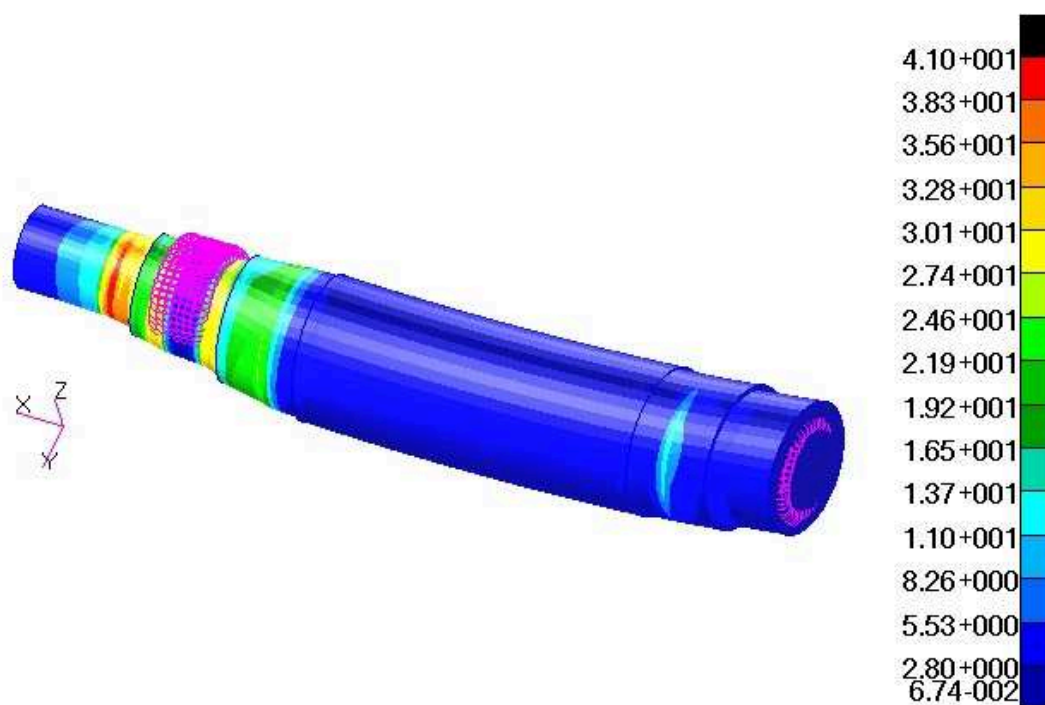


obr. 40 - napjatost spojky [MPa]

#### 4.7.2 Hřídel

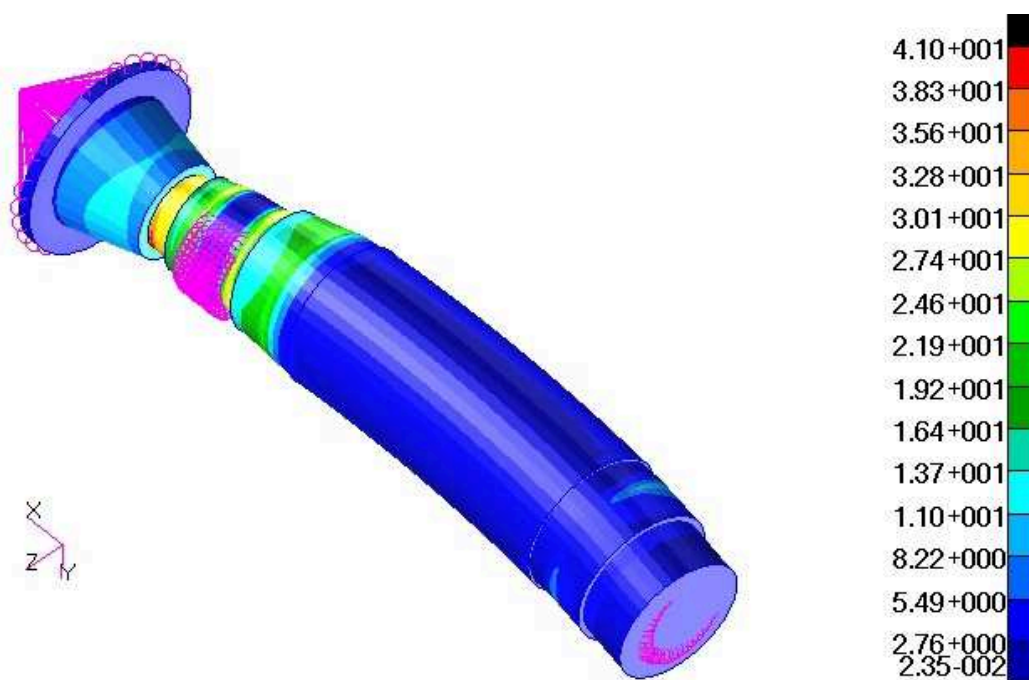
Zatížení hřídele bylo dostatečně popsáno v kapitole 3.1. Proto je napjatost zobrazena bez dalšího popisu zatížení.

Nejvyšší hodnoty napjatosti se vyskytují v krajním vlákně hřídele, jak bylo očekáváno. Napětí zde dosahuje hodnot 41 MPa, což je zobrazeno na obr. 41. Toto maximální napětí se nachází na nejmenším průměru hřídele. Napětí je lokálního významu, v blízkosti vyústění spojky, která je vetknuta, což zcela určitě zkresluje skutečný kontakt mezi hřídelem a spojkou. Z tohoto důvodu můžeme usoudit, že napětí bude o něco nižší. U zobrazení hřídele si můžeme všimnout jejího průhybu a naklopení v ložiskách, které bylo zajištěno pomocí absolutně tuhého prvku RBE2.



obr. 41 - napjatost hřídele [MPa]

Na následujícím obr. 42 je zobrazena napjatost hřídele společně se spojkou. Toto zobrazení zde bylo zařazeno z důvodu vizualizace deformace hřídele společně se spojkou.



obr. 42 - napjatost hřídele a spojky

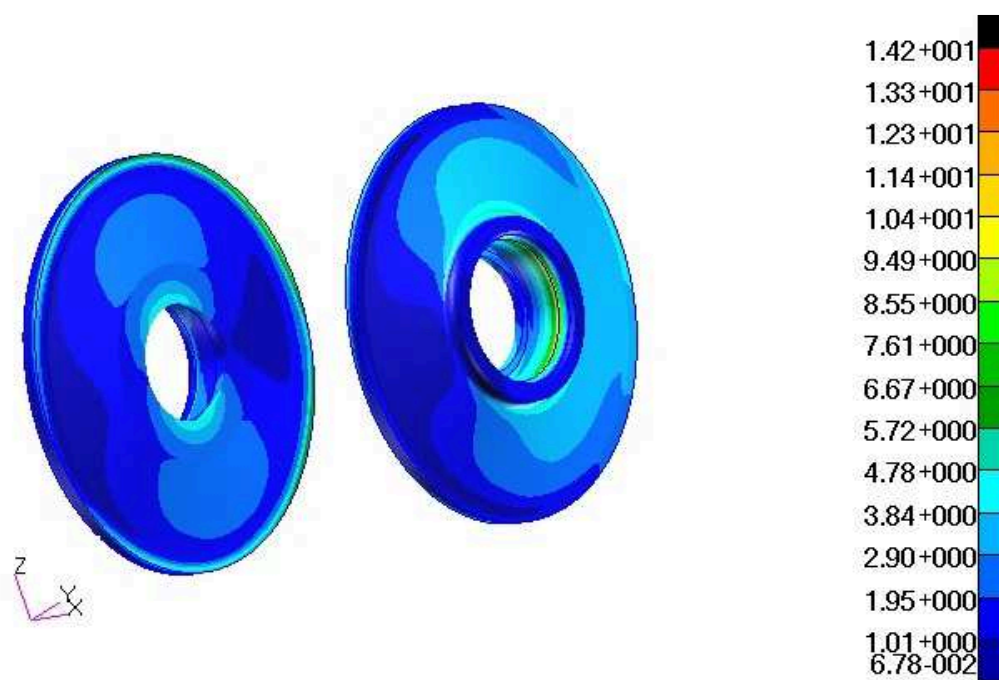
### 4.7.3 Kroužky

Jelikož namodelované kroužky nejsou ve skutečnosti reálné a byly zanedbány z výše uvedených důvodů jejich kontaktní vlastnosti, nebudeme se průběhem napjatosti dále zabývat.

Za zmínku jen stojí připomenout, že reálný rozpěrný kuželový kroužek Fenlock FLK – 200 vyvolává tlak na hřídeli i čelech. Tento tlak je ovšem lokálního významu, ale tak bychom měli s jeho výskytem na čelech a hřídeli počítat.

### 4.7.4 Čela

Napjatost v čelech způsobená zatížením od ohybu a krutu je zobrazeno na obr. 43. Tohle napětí je způsobeno zatížením od ohybu, které je pro obě čela stejné. Další část zatížení je způsobována přenášením výkonu od elektromotoru v podobě krutu. Toto zatížení však nabývá pro každé čelo jiné hodnoty, protože čelo blíže pohonu přenáší větší část krouticího momentu, což je vidět i za následujícím zobrazením. Maximální hodnoty zde dosahují hodnot 14,1 MPa a nachází se v místě styku s rozpěrným kroužkem. Toto napětí však bude ve skutečnosti trochu větší, protože bylo zanedbáno tlaku, který vyvíjí rozpěrný kroužek k přenesení krouticího momentu. Dále je vhodné povšimnout si a brát v úvahu napětí na obvodě čel, které je proměnlivé po délce obvodu.

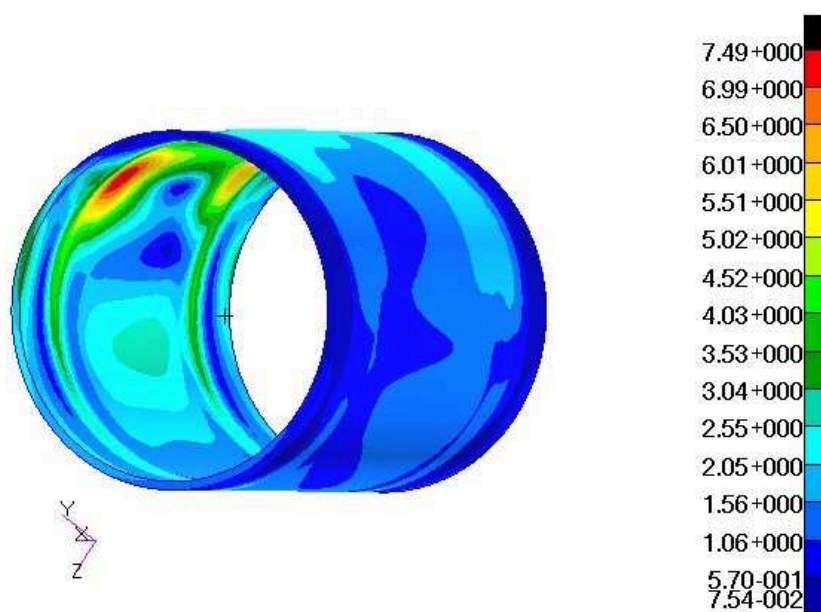


obr. 43 - napjatost čel [MPa]

#### 4.7.5 Plášť

Jako u předchozích částí bylo zatížení popsáno výše, tak i plášť bubnu pásového dopravníku byl již rozebrán z hlediska působících sil.

Na následujícím obr. 44 je zobrazeno výsledné napětí, ze kterého jde vidět, že největší napjatost je v místě styku pláště a čela blíže k pohonu. Toto napětí klesá s úhlem opásání směrem k vratné větvi bubnu. Maximální napětí v těchto místech dosahuje 7.49 MPa.



obr. 44 - napjatost pláště [MPa]

## 5 Závěr

### 5.1 Srovnání metod

#### 5.1.1 Analytický výpočet

Velkou výhodou analytického výpočtu bych viděl jednoduchost a použitelnost při dalším výpočtu podobného typu zatížení. Nevýhodou je nalezení vztahu pro tento výpočet. Po nalezení však můžeme funkce pro výpočet vložit do matematického programu, jako jsou např. Matlab, Matcad nebo Microsoft Excel a jiné. Následně můžeme použít již vložené vztahy a modifikovat pouze velikost zatížení a geometrii. Poté máme velice rychlý výpočet, přičemž nemusíme disponovat drahým výpočetním MKP programem.

Avšak analytický výpočet lze použít spíše pro menší a tvarově jednodušší sestavy. A i tak dochází k chybě zavedené do výpočtu, protože většina součástí musí být pro odvození vztahů spojitými funkcemi zjednodušena.

### 5.1.2 Numerický výpočet

Numerické řešení nám dává sice přesnější řešení než analytické, ale stále je to řešení jen přibližné. Jak moc velkou chybu do výpočtu vneseme, záleží jen na konstruktérovi nebo výpočtářovi a jeho výpočetní technice.

Pomocí numerické metody výpočtu lze realizovat jakkoli složitou sestavu. Zhotovený a doladěný konečnoprvkový model včetně veškerých okrajových podmínek lze použít pouze pro daný případ.

## 5.2 Srovnání výsledků

Pokud bych měl porovnat výsledky z analytického výpočtu, s výsledky z numerického výpočtu, tak v konečné fázi se dostáváme k přibližně stejným hodnotám. Detailnější rozbor rozdílů v napjatostech mezi jednotlivými metodami bude, tak jako v předchozích kapitolách, kde se řešili okrajové podmínky, síťování a výsledky napjatostí, řešen v podkapitolách každou součást bubnu dopravníku zvlášť. Vynechána bude pouze podkapitola s rozбором napjatosti spojky a náhradního kroužku, protože v analytickém výpočtu se nevyskytuje.

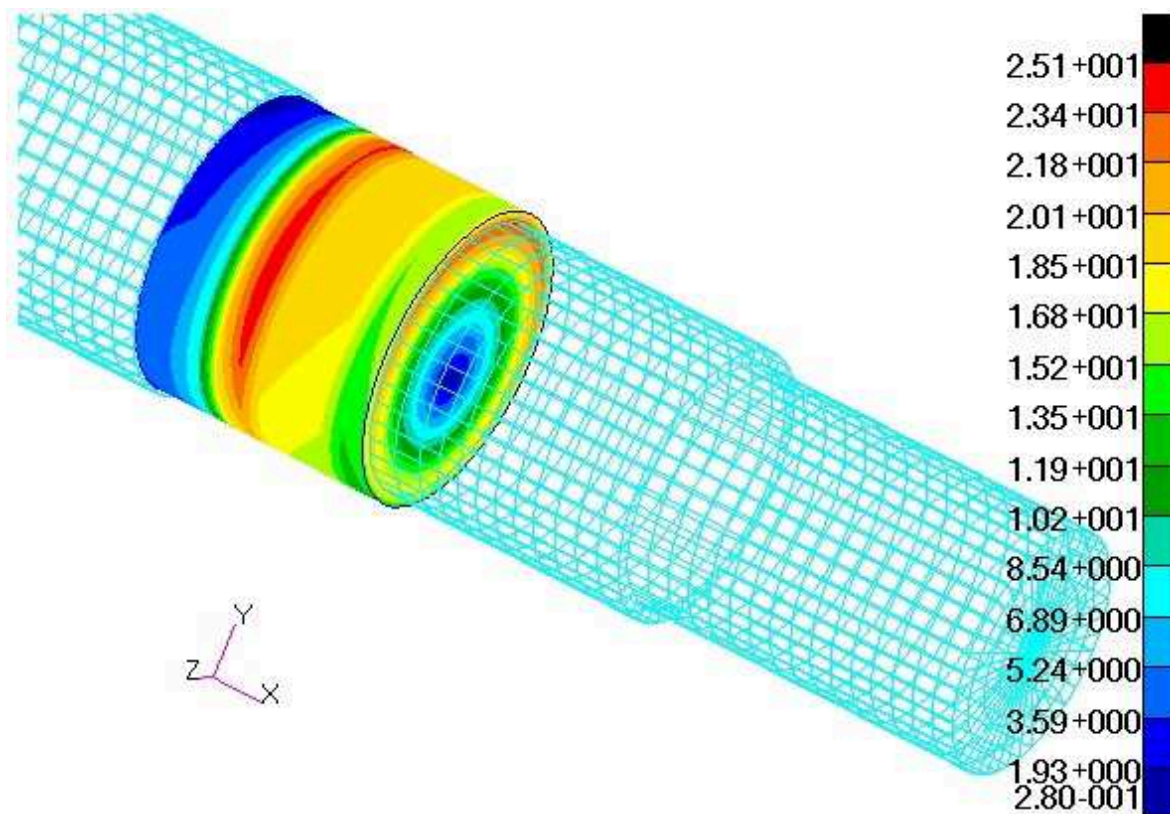
### 5.2.1 Hřídel

Před samotným srovnáním bych chtěl upozornit na geometrické odlišnosti mezi uvažovaným analytickým hřídelem a hřídelem upraveným pro numerický výpočet. Analytický hřídel je uvažován jako nosník konstantního průměru  $R_1$ . Oproti tomu hřídel na výpočet pomocí numerické metody je sice ochuzen o všechna zaoblení při přechodu na jiný průměr a také o drážkování, ale jednotlivé průměry byly zachovány.

Analytickou metodou bylo zjištěno největší redukované napětí 18,2 MPa na konci intervalu  $\langle 0 ; c \rangle$ . Numerické výsledky dávají v tomto místě, jak je vidět z obr. 45, hodnotu redukovaného napětí 25.1 MPa.

Protože numerický model bubnu vychází z reálnější geometrie a je zde namodelovaná i spojka, tak bych považoval výsledky právě touto metodou za přesnější a důvěryhodnější.





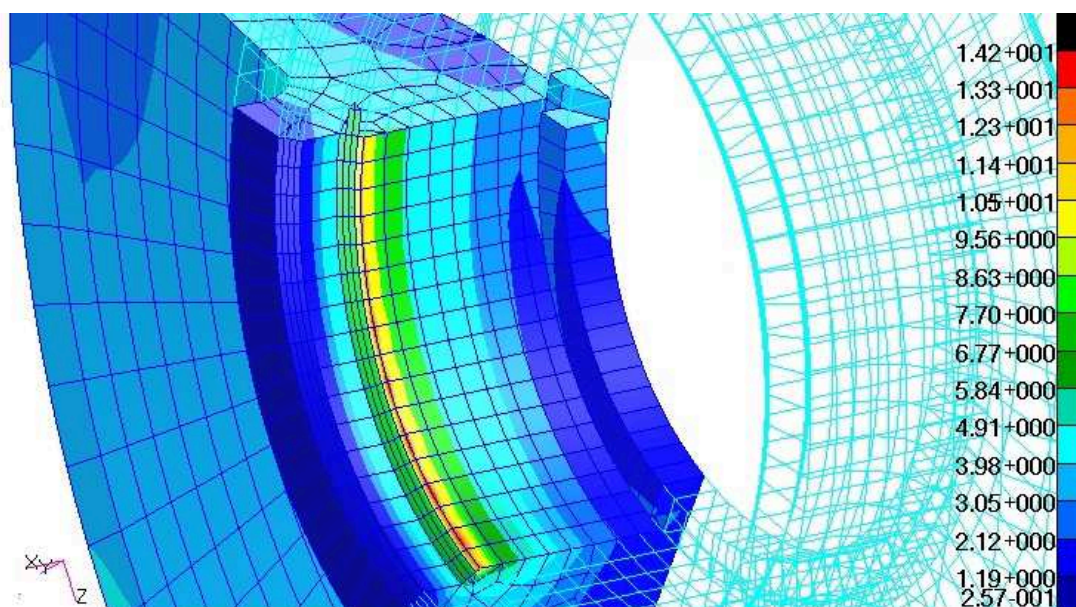
obr. 45 - detail napjatosti hřídele

### 5.2.2 Čela

I při srovnání výpočtových modelů čel pro analytický a numerický výpočet najdeme značné odlišnosti. Analytický model je opět zjednodušen na potřebné minimum, což spočívá v úpravě profilovaného čela na jednoduchou kruhovou desku konstantního průměru. Tloušťka tohoto průměru  $h$  vycházela z nejtenčího místa na čelech, které se nacházelo v místě styku s pláštěm. Geometrický model žádnou výraznou změnou geometrie neprošel.

Analytickým výpočtem bylo zjištěno nejvyšší redukované napětí 11,57 MPa na poloměru  $R_1$ . Maximální napětí numerickou metodou se taktéž objevilo na poloměru  $R_1$ , ale s hodnotou 14.2 MPa, avšak tato hodnota je do jisté míry vyvolána vrubovým účinkem. Za reálnou hodnotu bych proto považoval hodnotu napětí okolo 10 MPa, viz. obr. 46.

Opět bude považováno napětí vypočtené numerickou metodou za přesnější, z důvodu přesné geometrie čela. Vyšší hodnota napětí u analytického výpočtu byla totiž způsobena právě idealizací čela.



obr. 46 - detail napjatosti čela blíže pohonu

### 5.2.3 Plášť

V případě pláště řešeného numerickým výpočtem nemusela být provedena žádná úprava, protože se jedná o velmi jednoduchou geometrickou součást. U analytického výpočtu byla zanedbána tloušťka pláště a bylo počítáno se středním poloměrem  $R_s$ . Toto zanedbání bylo realizováno z důvodu velkého poměru tloušťky a poloměru pláště.

Analytickým výpočtem bylo zjištěno maximální výsledné redukované napětí pláště 37,49 MPa. Napětí se nachází v místě  $x_2 = 0$  mm. Numerickou metodou byly dopočteny zcela odlišné výsledky a to 7,49 MPa. Tento velký rozdíl ve výsledcích pramení z nedostatků fyzikálního modelu použitého při analytickém výpočtu. Na modelu není uvažován vyztužující účinek čel bubnu, které současně přenesou většinu kroutícího momentu.

### 5.2.4 Tabulkový přehled výsledků

Srovnávaná část bubnu	Hodnota analytického výpočtu [MPa]	Hodnota numerického výpočtu [MPa]	Chyba = $\left(\frac{ A-N  \cdot 100}{A}\right)$ [%]
Hřídél	18.2	25.1	37
Čela	11.6	10	13.7
Plášť	37.5	7.5	80

A – analytická hodnota výpočtu

N – numerická hodnota výpočtu



### 5.3 Zhodnocení

Pro analytickou metodu jsem dohledal a využil již odvozené vztahy pro kontrolu napjatosti, čímž byla práce velice zjednodušena. Po vytvoření skriptu v maticovém zápisu v programu Matlab je výpočet sice přehledný, upravitelný a výpočet oproti numerickým metodám představuje jen zlomek času, avšak doporučil bych ho jako předběžný výpočet pro konstrukci bubnu. Výše zmíněný skript pro výpočet v pracovním prostředí Matlab je k dispozici v přílohách.

Oproti tomu numerickým modelováním daného problému a následným výpočtem bylo dosaženo reálnějších výsledků. Ovšem dopracování se k závěru skýtá mnoho problémů a konstruktér nebo výpočtář musí dokonale ovládat výpočetní program, aby nebyly nevědomě zavedeny chyby do výpočtu. Na závěr bych chtěl podotknout, že přesnost výsledku jde oproti analytickému výpočtu na úkor času.

Po provedeném rozboru napjatosti bubnu pásového dopravníku jsem dospěl k závěru, že kontrola pomocí numerické metody je přesnější, efektivnější a při stále se zdokonalující výpočetní technice je i perspektivnější. Taktéž jsou kladeny stále větší nároky na úsporu materiálu, v čemž nám budou výpočty provedené pomocí MKP softwarů velice užitečným nástrojem.

## 6 Seznam použité literatury

- [1] Fuxa, J. *Napěťový stav bubnů pásových dopravníků. Docentská habilitační práce.* Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, 1990.
- [2] Fries, J. *Pásové dopravníky, bubny a jejich výpočet.* Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, 2009.
- [3] Lenert, J. *Pružnost a pevnost I,* VŠB – Technická universita Ostrava, 1996.
- [4] Lenert, J. *Pružnost a pevnost II,* VŠB – Technická universita Ostrava, 2009.
- [5] Fusek, M. – Fojtík, F. *Týmová cvičení MKP I,* VŠB – Technická univerzita Ostrava, 2011.
- [6] Fenner katalog, *Drive design & Maintenance manual,* 2006

## **7 Poděkování**

Tímto bych chtěl poděkovat Ing. Martinovi Fuskovi Ph.D., za odborné vedení práce a mnoho cenných rad v oblasti modelování a výpočtů MKP.

## **8 Seznam příloh**

Příloha A – Datový nosič CD